

摂南大学大学院理工学研究科博士前期課程
(生産開発工学専攻)
2023年度一般入学試験(第2回)試験問題

(専門関連基礎) 数学	問題番号	8	受験番号	
----------------	------	---	------	--

Ⅰ 次の極限值を求めよ。(30点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x + 4}), \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{x^2}.$$

Ⅱ ベクトル $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ を3次元実ベクトル空間 \mathbb{R}^3 の正規直交基底とする。このとき

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2, \quad \mathbf{b} = 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{c} = s\mathbf{e}_1 + t\mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_3$$

とおく。但し、 s, t は定数である。(40点)

- \mathbb{R}^3 の原点を O とし、 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ となる点を A, B とする。 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- 内積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 0$ となる定数 s, t の値を求めよ。

III 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の対角化を考える。次の問いに答えよ。(40点)

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P を一つ求めよ。

IV 次の問いに答えよ。(40点)

- (1) 広義積分 $\int_0^1 \log x dx = \lim_{a \rightarrow 0+0} \int_a^1 \log x dx$ の値を求めよ。
- (2) $\tan x = t$ とおくことにより、不定積分 $\int \frac{dx}{1 + \cos^2 x}$ を計算せよ。