問題・解答用紙番号	58

の解答用紙に解答しなさい。

数　　学

〈受験学部・学科〉

理工学部、薬学部、 農学部（農業生産学科・応用生物科学科・食品栄養学科）

問題は100点満点で作成しています。

I 次の問１〜問３の空欄 $\boxed{(ア)}$ 〜 $\boxed{(ニ)}$ に当てはまる整数を０〜９から１つ選び該当する解答欄にマークせよ。ただし，分数は既約分数で表せ。(50点)

問１　関数 $y = \dfrac{1}{3}x^2 + ax + b$ のグラフをＣとし，Ｃが２点（０，３），（３，k）を通るとする。

(1)　$a = \dfrac{k - \boxed{(ア)}}{\boxed{(イ)}}$，$b = \boxed{(ウ)}$ である。

(2)　Ｃが x 軸と接するのは $k = \boxed{(エ)}$，$\boxed{(オ)}\boxed{(カ)}$ のときである。

(3)　Ｃが x 軸と異なる２点Ａ，Ｂで交わるとき，線分ABの長さの２乗が13より大きくなる k の範囲は $k < -\boxed{(キ)}$，$\boxed{(ク)}\boxed{(ケ)} < k$ である。

問２　サイコロを投げて出る目の数だけ数直線上を動く点Ｐがある。サイコロを投げる前にＰが負の数の点にあるときは正の方向に，正の数の点にあるときは負の方向に動くものとする。Ｐははじめに－３の点にあり，原点または＋３の点に止まったら，それ以上サイコロを投げることができないとする。

⑴　サイコロを１回しか投げることができない確率は $\dfrac{\boxed{(コ)}}{\boxed{(サ)}}$ である。

⑵　サイコロを２回投げることができて，かつ２回目にＰが＋３の点に止まる確率は $\dfrac{\boxed{(シ)}}{\boxed{(ス)}\boxed{(セ)}}$ である。

⑶　サイコロを２回投げることができて，かつ２回目にＰが原点に止まる確率は $\dfrac{\boxed{(ソ)}}{\boxed{(タ)}}$ である。

⑷　サイコロを３回以上投げることができる確率は $\dfrac{\boxed{(チ)}}{\boxed{(ツ)}}$ である。

問３　集合 A，B を

$A=\{n \mid n$ は 6 で割り切れる自然数$\}$

$B=\{n \mid n$ は 4 で割り切れる自然数$\}$

とする。

(1)　次の $\boxed{(テ)}$ と $\boxed{(ト)}$ に当てはまるものを下の⓪～③から１つ選び該当する解答欄にマークせよ。

- $n \in A$ は自然数 n が 2 で割り切れるための $\boxed{(テ)}$
- $n \in B$ は自然数 n が 12 で割り切れるための $\boxed{(ト)}$

⓪　必要十分条件である。

①　必要条件であるが，十分条件ではない。

②　十分条件であるが，必要条件ではない。

③　必要条件でも十分条件でもない。

(2)　次の $\boxed{(ナ)}$ と $\boxed{(ニ)}$ に当てはまるものを下の⓪～⑦から１つ選び該当する解答欄にマークせよ。

- $C=\{n \mid n$ は 6 でも 4 でも割り切れる自然数$\}$ とすると $C=\boxed{(ナ)}$ である。
- $D=\{n \mid n$ は 12 で割り切れない自然数$\}$ とすると $D=\boxed{(ニ)}$ である。

⓪　$A \cup B$　　①　$A \cup \overline{B}$　　②　$\overline{A} \cup B$　　③　$\overline{A \cup B}$

④　$A \cap B$　　⑤　$A \cap \overline{B}$　　⑥　$\overline{A} \cap B$　　⑦　$\overline{A \cap B}$

Ⅱ　次の問1，問2の空欄 $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(ホ)}$ に当てはまる整数を0～9から1つ選び該当する解答欄にマークせよ。ただし，分数は既約分数で表せ。根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(50点)

問1　正四面体 OABC において $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

(1)　辺 OA を2：3に内分する点を P，辺 BC を4：1に内分する点を Q とすると，

$$\overrightarrow{PQ} = -\frac{\boxed{(ア)}}{\boxed{(イ)}}\vec{a} + \frac{\boxed{(ウ)}}{\boxed{(エ)}}\vec{b} + \frac{\boxed{(オ)}}{\boxed{(カ)}}\vec{c}$$ である。

(2)　(1)のとき，線分 PQ の中点を R とし，直線 AR が△OBC の定める平面と交わる点を S とすると，AR：AS = $\boxed{(キ)}$ ： $\boxed{(ク)}$ である。

(3)　(2)のとき，OA：OS = $\boxed{(ケ)}$ ： $\sqrt{\boxed{(コ)}\boxed{(サ)}}$ であり，

$$\cos\angle AOS = \frac{\boxed{(シ)}\sqrt{\boxed{(ス)}\boxed{(セ)}}}{\boxed{(ソ)}\boxed{(タ)}}$$ である。

問2　a を定数とする。$x = 1$ での値が0となり，導関数が $3x^2 + 3x + a$ となる関数 $f(x)$ について考える。$y = f(x)$ で表される曲線を C とする。

(1)　関数 $f(x)$ は $f(x) = x^3 + \frac{\boxed{(チ)}}{\boxed{(ツ)}}x^2 + ax - a - \frac{\boxed{(テ)}}{\boxed{(ト)}}$ となる。

(2)　C の接線で傾きが $a - \frac{\boxed{(ナ)}}{\boxed{(ニ)}}$ のものはただ1本存在し，その接点の x 座標は

$-\frac{\boxed{(ヌ)}}{\boxed{(ネ)}}$，接線の方程式は $y = \left(a - \frac{\boxed{(ナ)}}{\boxed{(ニ)}}\right)x - a - \frac{\boxed{(ノ)}\boxed{(ハ)}}{\boxed{(ヒ)}}$ となる。

(3)　(2)で求めた接線を l とすると，C，l および y 軸で囲まれる領域の面積は $\dfrac{\boxed{(フ)}}{\boxed{(ヘ)}\boxed{(ホ)}}$

となる。

計　算　用　紙

計　算　用　紙