ABC アルゴリズムを用いた関数最適化問題の難易度推定の検証

○原田航 片田喜章(摂南大学)

Estimation of Problem Difficulty on Function Optimization by Using ABC Algorithm

*W. Harada and Y. Katada (Setsunan University)

Abstractー Since the early works of the theoretical GA community, problem difficulties for a GA have been discussed. In the GA community, a major attempt to characterize difficulty has been done by measuring the feature of a fitness landscape (objective function), i.e., ruggedness. In this study, we proposed the approach estimating problem difficulties by using the ABC algorithm and investigated the validity of the proposed method on benchmarks for function optimization problems. The obtained results in this study are consistent with those in the previous work.

Key Words: ABC Algorithm, Function optimization, Problem difficulty

1. 研究背景及び目的

身近に存在する問題でも，解が多すぎて，全探索を試みても実時間で最適解を見つけ出すのが困難な問題が存在する．このような “多数の解の中から，ある制約条件の下で最も適した解を求める” 問題は最適化問題とよばれる．これに対し，最適化問題の最適解を導くアルゴリズムは最適化アルゴリズムとよばれる．実問題を取り扱う場合，最適化問題の難易度を定量的に表す指標があれば，それに基づいた最適化アルゴリズムの選定，パラメータのチューニングが可能になると期待される．よって，本研究では，関数最適化問題における関数の難しさを, ABC アルゴリズムを用いて定量化する指標を提案し，テスト関数において検証することを目的とする. ABC アルゴリズムの採用理由は次節以降で述べる.

2. ABC アルゴリズム

本研究では，蜜蜂の採餌行動にもとづいて最適解を探索する Artificial Bee Colony (ABC) アルゴリズム[1] を採用する．この最適化アルゴリズムは，働き蜂・見物蜂・偵察蜂の 3 種のフェーズによって探索が行われる．以下に概要を記す.

① 働き蜂

全蜂個体N匹が各々持つ設計変数の一つをランダムに変更する．変更後の目的関数値が優良であった場合はその変数を更新する．優良でなかった場合は変数値を更新せず，探索失敗回数(Trial)をカウントする.

② 見物蜂

より優良な目的関数値を持つ個体に高い確率が与えられるよう全蜂個体に対し相対確率を算出する．この確率に基づき個体の選択を N 回行い，設計変数を働き蜂のフェーズと同様に更新する.

③ 偵察蜂

働き蜂と見物蜂の探索によってカウントされた探索失敗回数(Trial)が一定数に達した個体の設計変数を初期化し，再度，探索を開始する.

3. 難易度の指標

3.1 ABC アルゴリズムを用いる提案手法

偵察蜂のフェーズに注目する．ある個体が探索を連続して失敗する状況とは，周辺の優良な解を探索し終え，その個体の持つ解より優良な解が見つからない状況であると言える(局所解における滞留). 局所解は最適化問題を難しくする代表的な要因であり，局所解が多く存在する場合，働き蜂と見物蜂のフェーズで生じる Trial がより多くカウントされ，ABC アルゴリズムでは偵察蜂フェーズがより多く実行されると考えられる. よって, ABC アルゴリズムにおける探索において，探索中にカウントした Trial の総数は問題の難しさを定量的に表現していると考えられる．これらを用いて問題の難易度の推定を試みる.

3.2 景観の凹凸の特徴量

目的関数の景観における山や谷といった凹凸の度合いが激しい関数は，そうではない関数と比較して，最適値を求めることが困難であることが考えられる．つまり，問題の難しさと凹凸の特徴量は直結していると予想される．これに関して，凹凸の特徴量の指標として Smith ら[2]によって提案された手法 E_b がある. 評価値 k の個体を変化させて作られた個体の平均評価値は以下のように定義される.

$$E_b(k) = \frac{\sum_{g \in G(k)} V(g)}{|G(k)|} \qquad (1)$$

ここで，G(k)は評価値 k の個体から作られた個体の設計変数集合で, g は作られた個体の設計変数, V(g)は作られた個体の評価値である．最適化アルゴリズムの中で，評価値が改良されることを期待してある個体を変化させる工程があるとする．そこで変化前の評価値を x 軸，変化後の評価値を y 軸として散布図に E_b (k) をプロットし，最小二乗法を用いて E_b(k)の傾き E_b を求める．凹凸の特徴量が大きければ大きいほど，E_b の傾きは減少することが知られている[3].

4. 探索の終了判定

すべての個体が収束した場合，その探索は十分に行われた，もしくは，それ以上の探索は期待できないと判断できる．よって，蜂個体の位置(設計変数)情報から分散を計算し,分散があるしきい値以下になった場合,探索を終了させることとする．一方，最適化アルゴリズムや問題によっては各個体がある 1 点に収束しない関数も多く存在する．そのような関数では分散によって終了判定を行うことが難しい．そこで，探索によって得られた最良解が，ある一定サイクル間で更新されなかった場合に探索を終了させることも同時に実行する．つまり，未更新の連続回数による判定または分散による判定を用いて終了判定を行う．

5. 計算機実験

5.1 設定

計算機実験の設定を表 1 に示す．本実験では 9 種類のテスト関数を用いた(附録参照)．D=10，30，50，70，90 次元で計算機実験を行い，Trial を記録した．この Trial は式(2)で正規化している．これらの値は 1 に近ければ近いほど，関数は難しいと考えられる．なお，分母で 2 をかけている理由は働き蜂・見物蜂の両フェーズを考慮しているためである．

$$\mathrm{Trial}/(\mathrm{Trial}\text{ の最大数}) = \frac{\mathrm{Trial}}{\text{全蜂個体数}\times 2\times\text{サイクル数}} \quad (2)$$

表 1　計算機実験設定

生成する蜂個体N	20
探索する次元D	10，30，50，70，90
変数xの定義域	[-100,100]
最大Trial	100
終了判定	位置の分散:100
	未更新の連続回数:5000
試行回数	30

5.2 結果

実験結果を表 2 に示す．Sphere 関数と Rastrigin 関数を比較したとき，単峰性である Sphere 関数に比べて多峰性である Rastrigin 関数の方が難しいと予想できる．結果は Rastrigin 関数の方が Trial/(Trial の最大数)が大きな値を示していた．Rosenbrock 関数は変数依存性を有するため，Trial/(Trial の最大数)は Sphere 関数よりも大きな値を示すことが予想できる．結果は Rosenbrock 関数のほうが大きな値を示した．また，多峰性を持つ Rastrigin 関数と Trial/(Trial の最大数)を比較して，Rosenbrock 関数の方が大きな値を示していることから, 多峰性より変数依存性の方が関数の最適化の探索を困難にする性質であるこということが考えられる．Griewank 関数は多峰性を持つが，Trial/(Trial の最大数)が Sphere 関数よりも小さい値を示している．これは，Griewank 関数の計算式中で Sphere 関数を 1/4000 倍にしており，Sphere 関数に比べ該当する項の評価値が大幅に小さい値を示すため，Sphere 関数よりも優良とされる最適値が求めやすくなったことが原因であると推測される．Griewank+Rosenbrock 関数は Trial/(Trial の最大数)が Griewank 関数や Rosenbrock 関数単独の場合よりも大きい値を示している．これは，Griewank 関数の局所解を多く有する性質と Rosenbrock 関数の変数間依存性が複合されたことによって高い値を示したと考えられる．Ackley 関数は Trial/(Trial の最大数)が比較的高い値を示している．ここで，Ackley 関数の最適値に注目すると，30〜90 次元で一定の値を示している．これは，Ackley 関数の持つ最適値付近で急激に適応度が下がる範囲を探索中に発見できていないことが，高い値を示す要因となっていると考えられる．Happycat 関数や HGbat 関数は多峰性を持つが，同じく多峰性を持つ Rastrigin 関数よりも，Trial/(Trial の最大数)が低い値を示した．これは，Happycat 関数や HGbat 関数の持つ局所解は，Rastrigin 関数のように規則的に表れるのではなく，変則的に表れるよう設計されていることが影響していると考えられる．Weierstrass 関数は比較的高い値を示している．これは Weierstrass 関数の持つ微分不可能な性質が影響していると考えられる．

6. 考察

D=50 次元における E_b(k)の実験結果を図 1〜9 に示す．また，D=50 次元での Trial と E_b を比較した結果を表 3 に示す．3 節で述べたように Trial の値は大きいほど難しい問題と考えられ，E_b の値は小さいほど凹凸の特徴量は大きく，難しい問題とされている．
表 3 の結果より，Trial と E_b を関数ごとに比較したとき，多くの関数で整合性のある結果が得られていることがわかった．

表２　実験結果

		次元				
		10	30	50	70	90
Sphere	最適値	1.49×10^{-6}	1.27×10^{-6}	9.84×10^{-7}	6.24×10^{-7}	5.14×10^{-7}
	サイクル数	203	673	1232	1764	2247
	Trial	5498	18197	33292	47666	60789
	Trial/(Trialの最大数)	0.677968	0.675993	0.675993	0.675690	0.675647
Rastrigin	最適値	1.36×10^{-5}	3.32×10^{-2}	5.72×10^{-5}	4.89×10^{-2}	4.47×10^{-5}
	サイクル数	396	1519	3376	6028	9119
	Trial	12414	47483	106316	190839	290807
	Trial/(Trialの最大数)	0.784228	0.781574	0.787360	0.791429	0.797262
Rosenbrock	最適値	6.35×10^{-1}	1.43	1.47	2.68	1.57
	サイクル数	7247	10468	9935	11216	12606
	Trial	253924	353924	328178	364555	404320
	Trial/(Trialの最大数)	0.875921	0.845227	0.825774	0.812556	0.801869
Griewank	最適値	6.58×10^{-7}	3.07×10^{-7}	4.02×10^{-7}	2.71×10^{-7}	4.76×10^{-7}
	サイクル数	158	536	964	1392	1818
	Trial	4091	13939	25114	36319	47432
	Trial/(Trialの最大数)	0.649016	0.649989	0.651583	0.652290	0.652311
Ackley	最適値	1.01×10	2.00×10	2.00×10	2.00×10	2.00×10
	サイクル数	9587	7306	8564	9201	10002
	Trial	352907	261162	302363	322205	348106
	Trial/(Trialの最大数)	0.920307	0.893713	0.882678	0.875418	0.870049
Griewank + Rosenbrock	最適値	8.72×10^{2}	1.47×10^{3}	1.90×10^{5}	1.01×10^{5}	1.45×10^{5}
	サイクル数	12510	17661	20049	24042	28823
	Trial	440585	615749	694739	832118	995676
	Trial/(Trialの最大数)	0.880447	0.871609	0.866290	0.865260	0.863604
Happycat	最適値	9.84×10^{-2}	1.70×10^{-1}	2.24×10^{-1}	2.55×10^{-1}	2.98×10^{-1}
	サイクル数	7964	8808	8775	9467	9199
	Trial	256238	258806	250784	267133	257341
	Trial/(Trialの最大数)	0.804383	0.734570	0.714456	0.705401	0.699342
HGbat	最適値	1.77×10^{-1}	2.90×10^{-1}	3.49×10^{-1}	3.78×10^{-1}	3.92×10^{-1}
	サイクル数	8793	9243	9991	9003	9368
	Trial	282253	270794	285553	254122	262632
	Trial/(Trialの最大数)	0.802472	0.732441	0.714496	0.705629	0.700907
Weierstrass	最適値	1.42×10^{-14}	1.42×10^{-14}	1.60×10^{-1}	9.62×10^{-1}	1.93
	サイクル数	5059	5619	9090	9720	10289
	Trial	186279	201018	321152	340562	358187
	Trial/(Trialの最大数)	0.920616	0.894346	0.883275	0.875921	0.870316

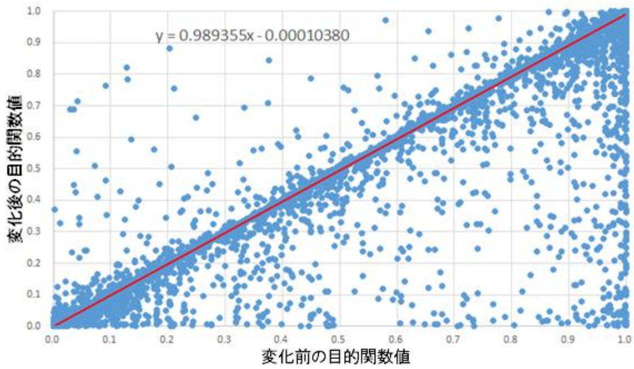

図 1　Sphere 関数における E_b 値

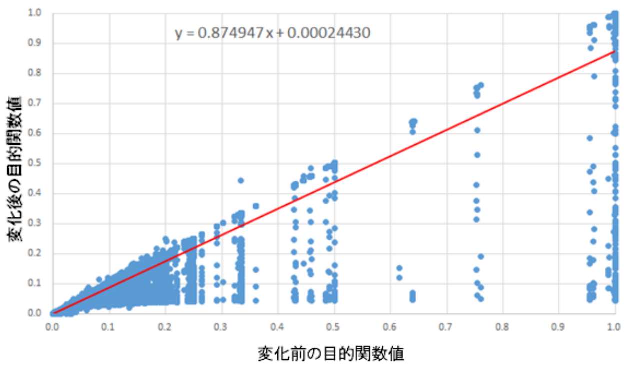

図 2　Rastrigin 関数における E_b 値

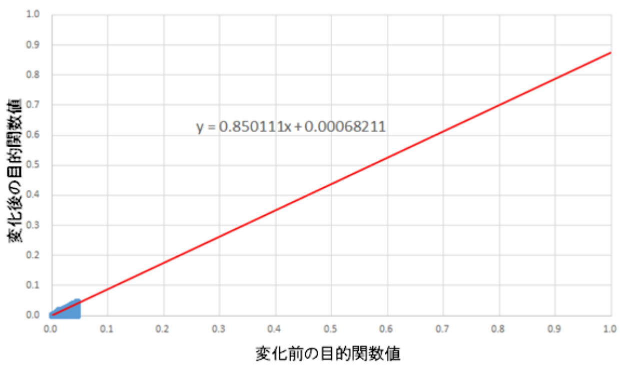

図 3　Rosenbrock 関数における E_b 値

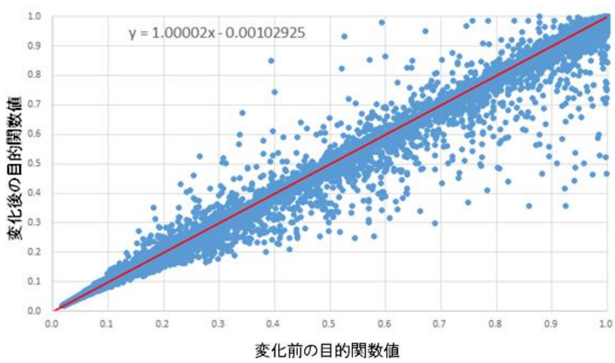

図 4　Griewank 関数における E_b 値

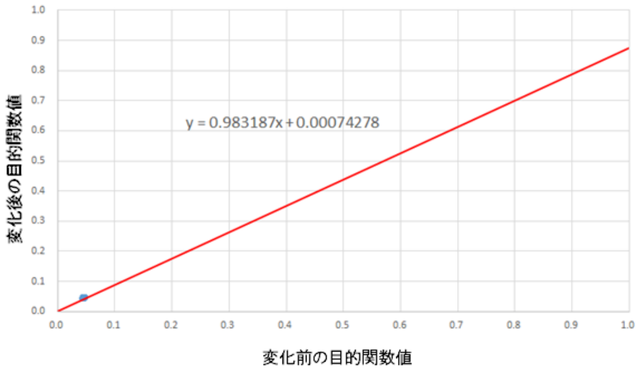

図 5　Ackley 関数における E_b 値

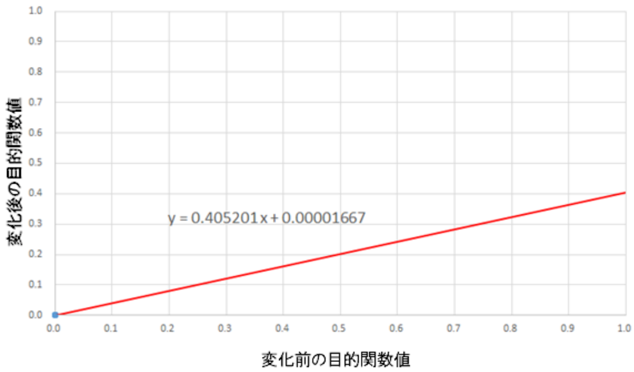

図 6　Griewank+Rosenbrock 関数における E_b 値

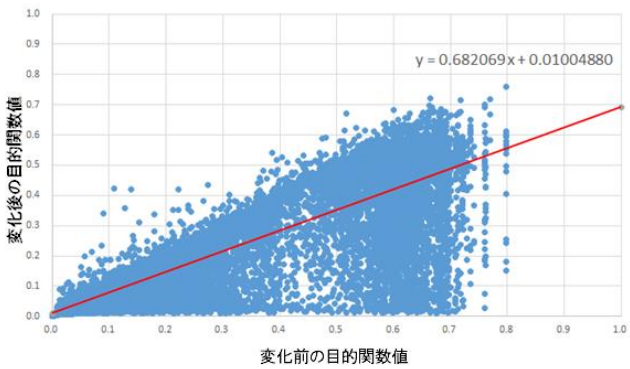

図 7　Happycat 関数における E_b 値

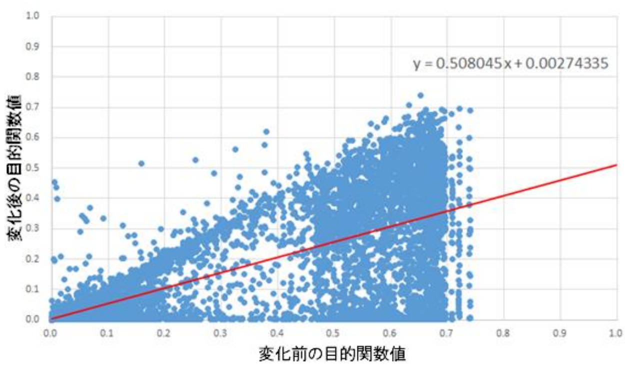

図 8　HGbat 関数における E_b 値

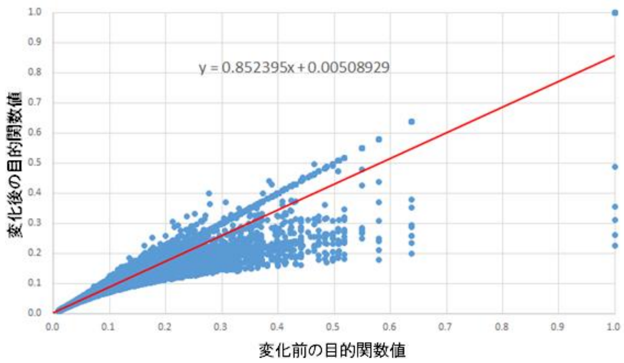

図 9　Weierstrass 関数における E_b 値

表 3　提案指標と Smith らの指標の比較

テスト関数名	Trial/Trialの最大数	E_b
Griewank	0.65189	1.00002
Sphere	0.67574	0.98955
Rastrigin	0.78321	0.87495
Rosenbrock	0.82019	0.85011
Griewank + Rosenbrock	0.86665	0.40520
Happycat	0.71446	0.68207
Hgbat	0.71450	0.50805
Ackley	0.88261	0.98319
Weierstrass	0.88318	0.85240

7.　まとめ

本研究では，関数最適化問題における関数の難しさを，ABC アルゴリズムを用いて定量化する指標を提案し，テスト関数において検証を行った．ABC アルゴリズムを用いて求めた探索失敗回数(Trial)は文献[2]で提案されている指標 E_b と多くのテスト関数で整合性のある結果を得た．提案する指標は E_b よりも簡易に求めることができ，実数値関数最適化問題における判断材料として有効に活用できると期待される．

参考文献

[1] D. Karaboga, B. Basturk: A powerful and Efficient Algorithm for Numerical Function Optimization: Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm, Journal of Global Optimization,Volume:39, Issue:3, pp.459-471, (2007)

[2] T. Smith, P. Husbands, P. Layzell and M. O'Shea: Fitness landscapes and evolvability, Evolutionary Computation, Vol. 10, No. 1, pp. 1-34, (2002)

[3] 片田，大倉：根井の標準遺伝距離を用いた適応度景観に含まれる neutrality の推定，システム制御情報学会論文誌，Vol. 18　No. 8，pp. 284-291，(2005)

[4] J. J. Liang，B. Y. Qu，P. N. Suganthan：Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2014　Special Session and Competition on Single Objective　Real-Parameter Numerical Optimization，http://web.mysites.ntu.edu.sg/epnsugan/PublicSite/Shared%20Documents/CEC-2014/Definitions%20of%20%20CEC2014%20benchmark%20suite%20Part%20A.pdf (2014)

附録

実験に用いる最適化問題の目的関数として採用したテスト関数[4]の式とその最適値を(3)～(20)に示す.

Sphere 関数

$$f_{sphere}(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{D} x_i^2 \tag{3}$$

$$f_{sphere}(0) = 0 \tag{4}$$

Rastrigin 関数

$$f_{ratrigin}(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{D}(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10) \tag{5}$$

$$f_{ratrigin}(0) = 0 \tag{6}$$

Rosenbrock 関数

$$f_{rosenbrock}(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{D}(100\left(x_i + 1 - x_i^2\right)^2 + (x_i - 1)^2) \tag{7}$$

$$f_{rosenbrock}(1) = 0 \tag{8}$$

Griewank 関数

$$f_{griewank}(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{D}\frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{D}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \tag{9}$$

$$f_{griewank}(0) = 0 \tag{10}$$

Ackley 関数

$$f_{Ackley}(\mathrm{x}) = -20\exp\left(-0.\ 2\sqrt{\frac{1}{D}\sum_{i=1}^{D}x_i^2}\right) + \left(\frac{1}{D}\sqrt{\sum_{i=1}^{D}\cos(2\pi x_i)}\right) + 20 + e \tag{11}$$

$$f_{Ackley}(0) = 0 \tag{12}$$

Griewank+Rosenbrock 関数

$$\begin{aligned} f_{griewank+rosenbrock}(\mathrm{x}) &= f_{griewank}\left(f_{rosenbrock}(x_1 \cdot x_2)\right) \\ &+ f_{griewank}\left(f_{rosenbrock}(x_2 \cdot x_3)\right) \\ &+ \cdots f_{griewank}\left(f_{rosenbrock}(x_{D-1} \cdot x_D)\right) \\ &+ f_{griewank}\left(f_{rosenbrock}(x_D \cdot x_1)\right) \end{aligned} \tag{13}$$

$$f_{griewank+rosenbrock}(1) = 0 \tag{14}$$

Happycat 関数

$$f_{happycat}(\mathrm{x}) = \left|\sum_{i=1}^{D} x_i^2 - D\right|^{\frac{1}{4}} + \left(0.\ 5\sum_{i=1}^{D} x_i^2 + \sum_{i=1}^{D} x_i\right)/D + 0.\ 5 \tag{15}$$

$$f_{happycat}(-1) = 0 \tag{16}$$

HGbat 関数

$$f_{hgbat}(\mathrm{x}) = \left|\left(\sum_{i=1}^{D} x_i^2\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{D} x_i\right)^2\right|^{\frac{1}{2}} + \left(0.\ 5\sum_{i=1}^{D} x_i^2 + \sum_{i=1}^{D} x_i\right)/D + 0.\ 5 \tag{17}$$

$$f_{hgbat}(-1) = 0 \tag{18}$$

Weierstrass 関数

$$f_{\mathrm{weiestrass}}(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{D}\left(\sum_{i=1}^{kmax}\left[a^k cos\left(2\pi b^k\left(x_i + 0.\ 5\right)\right)\right] - \mathrm{D}\sum_{i=1}^{kmax}\left[a^k cos\left(2\pi b^k \cdot 0.\ 5\right)\right]\right) \tag{19}$$

a = 0．5，b = 3，kmax = 20

$$f_{\mathrm{wiestrass}}(0) = 0 \tag{20}$$