

ロトカ・ウォルテラの競争方程式を用いた不利益ダイアグラムのモデル化

○片田喜章 (摂南大学)

概要 不利益ダイアグラムでは、不便-便利、害-益を直交する軸として四象限でとらえる。さまざまな事例が状態を表す便利益・便利害・不利益・不便害として報告されている。一方で、ある事象が四象限のどこに位置し得るのかという力学的考察はなされていない。本報告では、競争関係にある生物の個体数の変動を表す数理モデルの一種であるロトカ・ウォルテラの競争方程式を用いた不利益ダイアグラムにおける状態決定のモデルを提案する。

キーワード: 不利益、不利益ダイアグラム、ロトカ・ウォルテラの競争方程式

1はじめに

川上が提唱した「不利益システム」¹⁾では、便利であることと益があることは独立であるとし、不便-便利、害-益を直交する軸として四象限（便利益・便利害・不利益・不便害）で捉えている（Fig. 1）^{2, 3, 4)}。ここでは、不便-便利はタスク達成に必要となる労力、害-益はそれにより得られる効用と捉えられている⁵⁾。そして、不利益システムは不利益をユーザに与えることを可能にするシステム（モノ・コト）と定義され^{1, 3)}、便利益の状態から不利益、便利害の状態から不利益にする発想方法や初めから不利益を与える発想方法を論じている^{1, 3)}。または、不便害から不利益にすることも述べている⁴⁾。文献^{1, 2, 3, 4)}では、様々な不利益の事例を取りあげて考察し、不利益システムと認定している。しかし、当該モノ・コトを実行する際に、どういった機序で上記の四象限のいずれかに定まるのかは明らかになっていない。しかも、不便-便利・害-益には客観・主観があり、統一的に扱える枠組みも望まれる。そこで、本報告では競争関係にある生物の個体数の変動を表す数理モデルの一種であるロトカ・ウォルテラの競争方程式^{6, 7)}を用いた、不利益ダイアグラムにおける状態決定のモデルを提案する。

本稿では次節で数理モデルについて説明する。3節では数理モデルを用いて不利益ダイアグラムにおける状態がどのように定まるか説明する。4節では文献で取り上げられている事例を提案モデルに基づいて考察する。最後にまとめを述べる。

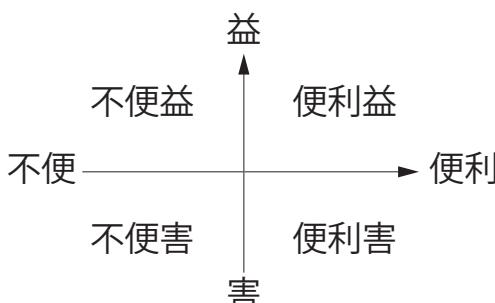


Fig. 1: Diagram on benefit of inconvenience

2 数理モデル

本節では単一種の生物の個体数の変動を表す数理モデルおよび1節で述べた競争関係にある生物の個体数の変動を表す数理モデルについて記述する。

2.1 ロジスティック方程式

単一種の生物の個体数の変動を表す数理モデルは以下のロジスティック方程式とよばれる常微分方程式で表される。

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (1)$$

ここで、 t は時間、 N は個体数、 $r(> 0)$ は1個体あたりの増加率で内的自然増加率とよばれ、 $K(> 0)$ は環境収容力とよばれる。何ら制約がないとき個体数の増加率は個体数に対し比例する (rN)。しかし、ある閉じた環境では資源が限られるため、個体数が増加するにつれ増加率は低減し ($(1 - N/K)$)、どこかで個体数は飽和する。 (1) 式の常微分方程式の解はつぎで表される。

$$N(t) = \frac{N_0 K}{N_0 + (K - N_0)e^{-rt}} \quad (2)$$

ここで、 N_0 は初期個体数である。式 (2) はロジスティック関数とよばれる。 $K = 100, r = 0.5, N_0 = 1$ とした場合を Fig. 2 に示す。

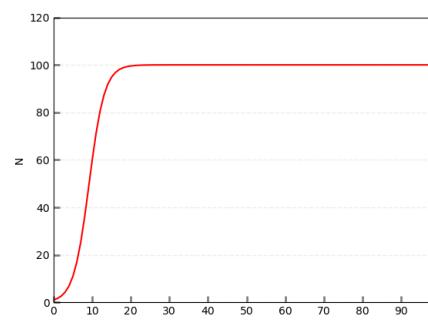


Fig. 2: logistic function

2.2 ロトカ・ウォルテラの競争方程式

(1) 式に対し、競合関係にある複数種を考える。それぞれの個体数が競合種の個体数の増加率に負の影響を与える。2種を想定した場合の個体数の増加率は以下の連立常微分方程式で表される。

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1 + \alpha_{12} N_2}{K_1}\right) \quad (3)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(1 - \frac{N_2 + \alpha_{21} N_1}{K_2}\right) \quad (4)$$

ここで、 N_1, N_2 は種 1 と種 2 の個体数、 r_1, r_2 は種 1 と種 2 それぞれの内的自然増加率、 $K_1, K_2 (> 0)$ は種 1 と種 2 それぞれの環境収容力である。また、 $\alpha_{ij} (> 0)$ は種 j の個体数が種 i の個体数の増加率に与える影響を表しており、競争係数とよばれる。 $(3)(4)$ 式はロトカ・ヴォルテラの競争方程式^{6,7)}とよばれ、これらの値がそれぞれの種の増加と減少を決める。

ロトカ・ヴォルテラの競争方程式の解法は求まっていない。 $(3)(4)$ 式の左辺を 0 とおくことで個体数増加率が 0、つまり、それぞれの種の増加と減少の間の境界を表す以下の式を得る。

$$N_1 = 0 \text{ または } N_2 = -\frac{1}{\alpha_{12}}N_1 + \frac{1}{\alpha_{12}}K_1 \quad (5)$$

$$N_2 = 0 \text{ または } N_2 = -\alpha_{21}N_1 + K_2 \quad (6)$$

$N_1 = 0, N_2 = 0$ は N_2 、 N_1 軸、 (5) 式は N_1 切片の値が K_1 、 N_2 切片の値が K_1/α_{12} の直線、 (6) 式は N_1 切片の値が K_2/α_{21} 、 N_2 切片の値が K_2 の直線である。各直線上で対応する種の個体数増加率は 0 となり、これらを境界としてそれぞれの種の増加率の正負が変わる。

$(3)(4)$ 式の平衡点は $(5)(6)$ 式を同時に満たす以下の解となる。

平衡点 0: $P_0 = (0, 0)$

平衡点 1: $P_1 = (K_1, 0)$

平衡点 2: $P_2 = (0, K_2)$

平衡点 3: $P_3 = \left(\frac{K_1 - \alpha_{12}K_2}{1 - \alpha_{12}\alpha_{21}}, \frac{K_2 - \alpha_{21}K_1}{1 - \alpha_{12}\alpha_{21}} \right)$

そこで、2 種の個体数の定性的な挙動を調べるために、 $(3)(4)$ 式を用いてそれぞれの種の増加率をベクトル場として、対応する種の増加率が 0 となる直線($(5)(6)$ 式)と併せて Fig. 3 に示す。このベクトル場を初期個体数から辿ることで個体数の遷移を調べることが可能となる。 $(3)(4)$ 式のパラメータの値によって、つぎの 4 つの場合に分類できる。

Case 1 $\alpha_{12} < \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} > \frac{K_2}{K_1}$ のとき、 (N_1, N_2) は P_1 に収束する。つまり、種 2 は絶滅し、種 1 の個体数は K_1 に収束する。

Case 2 $\alpha_{12} > \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} < \frac{K_2}{K_1}$ のとき、 (N_1, N_2) は P_2 に収束する。つまり、種 1 は絶滅し、種 2 の個体数は K_2 に収束する。

Case 3 $\alpha_{12} > \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} > \frac{K_2}{K_1}$ のとき、 (N_1, N_2) は P_1 もしくは P_2 に収束する。つまり、初期個体数に依存して、一方の種は絶滅し、他方の種の個体数は収束する。

Case 4 $\alpha_{12} < \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} < \frac{K_2}{K_1}$ のとき、 (N_1, N_2) は P_3 に収束する。つまり、種 1 と 2 は共存する。

Fig. 3 を描く際には以下のパラメータ ($K_1 = 100, K_2 = 100, r_1 = 0.5, r_2 = 0.5$) および Table 1 の値を用いた。

Table 1: Parameters for Lotka-Volterra equations

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
a_{12}	0.5	2.0	2.0	0.5
a_{21}	2.0	0.5	2.0	0.5

3 ロトカ・ヴォルテラ競争方程式を用いた不益ダイアグラムのモデル化

本節では 2 節で説明したロトカ・ヴォルテラ競争方程式を用いて、1 節で述べた不益ダイアグラム (Fig. 1) における状態がどのように定まるか説明する。

3.1 軸のとり方

Fig. 1 は、不益-便利、害-益という概念的に異なる軸で構成されている。ロトカ・ヴォルテラ競争方程式で表現する場合、概念的に同じ軸で構成したい。その意味では、注目タスクにおける不益-便利および周辺タスクにおける不益-便利を直交する軸として捉えた西本ダイアグラム³⁾の軸のとり方がより適している。本研究では注目タスク・周辺タスクという主・従を設定せず、タスク 1・タスク 2 として扱う。また、ロトカ・ヴォルテラ競争方程式では負の量を扱わないため、各軸は各タスクの効用を表すものとする。Fig. 1 と対応させると、効用が大きい場合は便利または益を表し、効用が小さい場合は不益または害を表す。軸に対し正の領域のみを扱うという点では物質的豊かさと精神的豊かさを直交する軸として狩野モデルと不益の関係を扱った図(文献⁵⁾における図 2.3)に近いかもしれない。

3.2 ロジスティック方程式における対応

単一種の生物個体数の変動を表すロジスティック方程式 (1) 式)を用いて、不益の文脈において單一タスクの効用を表す。あるタスクにおいて、その効用を得ることができるならば、その効用をより享受するよう志向する(内的自然増加率: r)。当然、ある状況・環境では、得られる効用には上限(K)があると考えるのが自然であり、その効用も増えていけばいずれ飽和すると考えられる。

3.3 ロトカ・ヴォルテラの競争方程式における対応

競合関係にある複数種の生物個体数の変動を表すロトカ・ヴォルテラの競争方程式を用いて、複数タスクの効用の相互作用を表す。タスク 1・2 における効用を $(3)(4)$ 式における N_1, N_2 とする。環境収容力 K_1, K_2 は各タスクにおける効用の許容量(上限)を表す。2 節で示した Fig. 3 では直感的にわかりやすくするために $K_1 = 100, K_2 = 100$ と設定している。競争係数 α_{ij} はタスク j の効用がタスク i の効用に与える影響を表している。

以下では 2 節で挙げた各ケースにおける挙動と不益の文脈における対応関係を説明する。

Case 1 $\alpha_{12} < \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} > \frac{K_2}{K_1}$ のとき、タスク 2 の効用は 0 に収束し、タスク 1 の効用は K_1 に収束する。これはタスク 1 の許容量がタスク 2 の許容量に比して非常に大きい、もしくはタスク 1 からタスク 2 への影響が大きい、かつ、タスク 2 からタスク 1 への影響が小さい場合である。Fig. 1 の便利害に相当する。

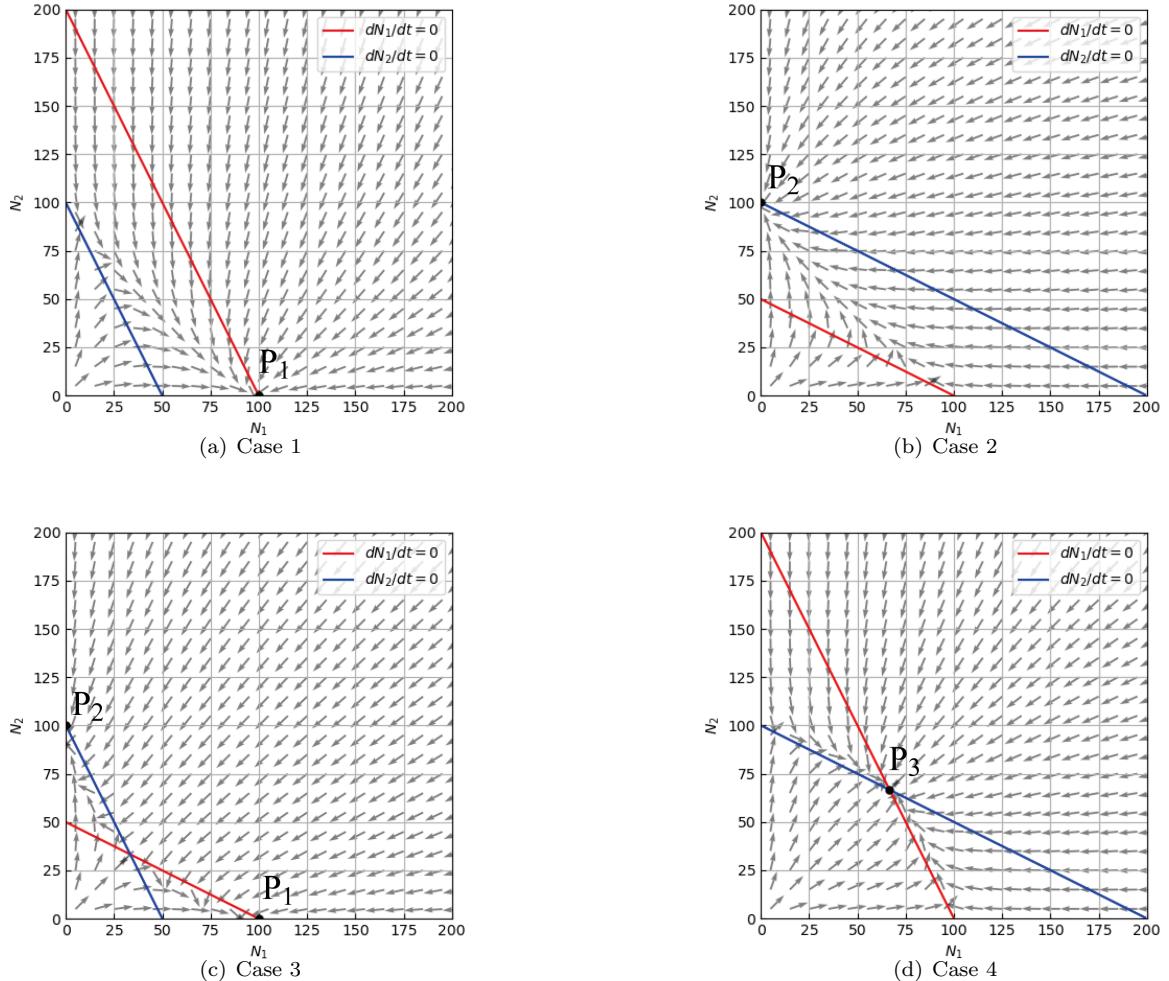


Fig. 3: Dynamics of Two Interacting Benefits

Case 2 $\alpha_{12} > \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} < \frac{K_2}{K_1}$ のとき、タスク 1 の効用は 0 に収束し、タスク 2 の効用は K_2 に収束する。これはタスク 2 の許容量がタスク 1 の許容量に比して非常に大きい、もしくはタスク 2 からタスク 1 への影響が大きい、かつ、タスク 1 からタスク 2 への影響が小さい場合である。Fig. 1 の不利益に相当する。

Case 3 $\alpha_{12} > \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} > \frac{K_2}{K_1}$ のとき、各タスクの効用の初期値数に依存して、各タスクの効用は平衡点 1 もしくは 2 に収束する。つまり、一方のタスクの効用は 0 に収束し、他方のタスクの効用は許容量に収束する。これはタスク 1 とタスク 2 の許容量の差があまりなく、タスク 2 からタスク 1 への影響が大きい、かつ、タスク 1 からタスク 2 への影響が大きい、トレードオフが大きい場合である。初期の効用に依存し、Fig. 1 の便利害もしくは不利益に収束する。

Case 4 $\alpha_{12} < \frac{K_1}{K_2}$ かつ $\alpha_{21} < \frac{K_2}{K_1}$ のとき、タスク 1 とタスク 2 の効用はともに 0 ではない値(平衡点 3)に収束する。これはタスク 2 からタスク 1 への

影響が小さい、かつ、タスク 1 からタスク 2 への影響が小さい、トレードオフが非常に小さい場合と考えられる。各タスクの許容量がともに大きければ Fig. 1 の便利益に、各タスクの許容量がともに小さければ不利益に相当する。

4 事例検討

本節では、不利益に関する文献でこれまで取り上げられてきた事例に関して、本稿で提案するモデルでどのように解釈できるかを述べる。

4.1 バリアアリー

バリアフリーとは逆の発想として「バリアアリー」がある¹⁾。デイサービスや認知症高齢者のグループホームにおいて、身体能力を低下させないために、日常生活に意図的にバリアを組み込んでいる施設が紹介されている。これは便利害の状態から意図的に不便を付け加えて不利益の状態にする発想方法である。タスク 1 の効用を省労力とするとバリアアリーにすることで K_1 は小さくなる。タスク 2 の効用を筋力の維持・強化または健康と考える。 α_{21}, α_{12} はともに小さい。つまり、トレードオフが小さい場合と考える。 K_2 が小さい場合、これは CASE 4 に対応して不利益となる。 K_2 が大きい場合、CASE 2 に対応して不利益となる。

4.2 全自動洗濯機

現在の全自動洗濯機は洗剤や柔軟剤を事前に投入しておけば、ふつう洗いなら洗濯する衣類を洗濯機に入れてスイッチを押すだけで作業としては完了する^{1, 8)}. 手間がかからず時間が節約できる. タスク1の K_1 は大きい, タスク2を効率と考えると, K_2 も大きい. 便利も効率も両方成り立つと考えると, トレードオフは小さい. つまり, α_{21}, α_{12} はともに小さい. これはCASE 4に対応して便利となる.

4.3 ペダル付き車いす

リハビリ目的で開発されたCOGY¹⁾という名の車いすは足元にペダルが付いていて、移動するために自分で漕ぐ必要がある. 自分で漕ぐから K_1 は小さい. タスク2の効用を嬉しさとすると、人に依るが自分の力で移動できることを嬉しいと感じる人は K_2 は大きく、 α_{21} は小さく、 α_{12} は大きいと想像する. これはCASE 2に対応して不利益となる.

4.4 マニュアル車

不利益事例で度々取り上げられるマニュアル車(以下、MT車)⁴⁾は車の運転中にドライバーが操作してギアを変換する. オートマ車(以下、AT車)が自動でギアを変換してくれて便利であるのに対し、MT車は操作を伴うが自分独自の細かいギア変換が行える. MT車は K_1 は小さい. タスク2を運転する嬉しさ・楽しさとすると、 K_2 は高いと考えられる. もしくは複雑な運転を好む人は α_{12} が大きい、かつ、 α_{21} が小さいと考えられる. これはCASE 2に対応して不利益となる.

複雑な運転を好む人でなければ、マニュアルとオートマの選択がある時点で α_{21}, α_{12} は大きい、つまりトレードオフは大きいと考えられる. これはCASE 3に対応し、すでにMT車による複雑な運転に嬉しさを見出していくれば P_2 に収束し、逆にAT車の便利に触れていれば P_1 に収束すると考えられる.

4.5 店舗に買い物に行くと新聞を読むようになる

新聞配達で届けられているときは新聞を読まなかつたが、就活のために店舗に新聞を買いに行くようにしたところ、新聞を読むようになった事例がある⁴⁾. 配達時と店舗購入時で支払っている代金は同じ、新聞を読んで得られる効用も同じと仮定する. 配達という便利の効用が大きいときに読まないのだから、 α_{21} は大きいと考えられる. α_{12} は推定できない. α_{21} が大きいにもかかわらず、あえて配達を止めて店舗に買い物に行く、つまり K_1 をかなり下げることで、CASE 2に対応して不利益になったと考えられる.

5 おわりに

本稿では競争関係にある生物の個体数の変動を表すロトカ・ヴォルテラの競争方程式を用いた不利益ダイアグラムにおける状態決定のモデルを提案し、文献で取り上げられている事例を提案モデルに基づいて考察した. 文献³⁾において、白川は以下の主張を述べている.

1. 便利の定義は環境に依存する.
2. 3節で述べた西本ダイアグラムでいう、注目タスクの軸に対し、直交する周辺タスクの数は複数、あるいは無数に存在する.

3. どのようなデザインにおいても必ず注目タスクと周辺タスクの間にトレードオフが存在する.

本稿で提案したモデルでは、

1. タスク1の効用に関して K_1 を扱っており、環境に依存する.
2. ロトカ・ヴォルテラの競争方程式は生物の複数種の個体数を扱うものであり、複数タスクを扱うことは可能である.
3. パラメータに依存するが、トレードオフを確認している.

という点で、ほぼ上記の主張を満たしている.

不利益システムで論じるものに、便利益の状態から不利益、便利害の状態から不利益にする発想方法があるが、これはシステム論的に半強制的に不便を強いる、不便しかとり得ない状態にすることであり、ロトカ・ヴォルテラの競争方程式の K_1 を小さくすることに対応し、本稿で述べたCASE 2に該当する. 設計論的には K_1, K_2 の値、つまり、各タスクの効用の許容値・上限の操作が可能であるならば、ダイナミクスは単純であり、実践しやすいと考えられる. また、提案モデルではタスク1の効用(不便-便利)を対象者が選択できるときに、タスク2の効用(益)を高めるにはどうすればよいかという指針を与える.

本モデルにおける $K_2, \alpha_{21}, \alpha_{12}$ は主観に依ることが多いと考えられる. 提案モデルでは各タスクの効用は数値で扱っており、客観・主観の別で議論する必要はないと考えているが、今後、検討していきたい.

本稿では提案モデルにおける収束状態($t \rightarrow \infty$)を不利益ダイアグラムにおける状態とした. ある時間に関する状態およびその遷移に意味があるか検討したい. また、数理モデルに現れるパラメータを時不变として扱ったが、不利益ダイアグラムの状態遷移を伴う事例⁸⁾を各パラメータの変化として提案モデルを用いて説明できる可能性がある. これについても今後検討していきたい.

参考文献

- 1) 川上：ごめんなさい、もしあなたがちょっとでも行き詰まりを感じているなら、不便をとり入れてみてはどうですか？～不利益という発想、インプレス（2017）
- 2) 川上：不便から生まれるデザイン -工学に活かす常識を超えた発想、化学同人（2011）
- 3) 川上：不利益 -手間をかけるシステムのデザイン、近代科学社（2017）
- 4) 川上：不利益のススメ、岩波書店（2019）
- 5) 澤口、川上、松澤、宮田、西山、IELEITO：不利益の実装-バリュー・エンジニアリングにおける新しい価値、近代科学社（2020）
- 6) 瀬野：数理生物学 個体群動態の数理モデリング入門、共立出版（2007）
- 7) 瀬野：数理生物学講義 基礎編 数理モデル解析の初步、共立出版（2016）
- 8) 片田：不利益ダイアグラムに時間軸を加えることの益、計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会 2024 講演論文集、560/563（2024）