2025 年度　外国人留学生入試　数学【理工学部】

受　験　番　号									氏　　名	志　望　学　科
				−						学科

I　$4x^2-4xy-3y^2+4y-1$ を因数分解せよ。(10 点)

【解答例】

$$\begin{aligned}4x^2-4xy-3y^2+4y-1 &= 4x^2-4yx-3y^2+4y-1\\ &= 4x^2-4yx-(3y-1)(y-1)\\ &= \{2x-(3y-1)\}\{2x+(y-1)\}\\ &= \boxed{(2x-3y+1)(2x+y-1)}\end{aligned}$$

II　$x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$, $y=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ のとき, 次の式の値を求めよ。(20 点)

問1　xy

【解答例】$xy=\boxed{1}$

問2　$x+y$

【解答例】x, y の分母を有理化すると

$$x=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=4-\sqrt{15},\quad y=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=4+\sqrt{15}$$

となり, $x+y=(4-\sqrt{15})+(4+\sqrt{15})=\boxed{8}$ である。

問3　x^3+y^3

【解答例】$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ から $x^2+y^2=8^2-2=62$ である。これから

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2+y^2-xy)=8(62-1)=\boxed{488}$$

となる。

III　次の実数 x についての不等式を解け。(20 点)

問1　$|3x-4| < 2x+1$

【解答例】$3x-4$ の正負に応じて場合けする。(i) $3x-4 \geqq 0$ のとき, 不等式 $|3x-4| < 2x+1$ は $3x-4 < 2x+1$ となり, これを解くと, $4/3 \leqq x < 5$ が得られる。(ii) $3x-4 < 0$ のとき, 不等式 $|3x-4| < 2x+1$ は $-(3x-4) < 2x+1$ となり, これを解くと, $3/5 < x < 3/4$ が得られる。$(i), (ii)$ を合わせて, 不等式 $|3x-4| < 2x+1$ の解は $\boxed{\dfrac{3}{5} < x < 5}$ である。

問2　$x^2 - 6 > |x|$

【解答例】x の正負に応じて場合けする。(i) $x \geqq 0$ のとき, 不等式 $x^2-6 > |x|$ は $x^2-x-6 > 0$ となり, $x^2-x-6 = (x+2)(x-3)$ を利用すると, $x > 3$ が得られる。(ii) $x < 0$ のとき, 不等式 $x^2-6 > |x|$ は $x^2+x-6 > 0$ となり, $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$ を利用すると, $x < -3$ が得られる。$(i), (ii)$ を合わせて, 不等式 $x^2-6 > |x|$ の解は $\boxed{x < -3,\ x > 3}$ である。

IV　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき、等式 $2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$ を満たす θ の値を全て求めよ。(10 点)

【解答例】$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき, $t = \sin\theta$ の値の範囲は $0 \leqq t \leqq 1$ である。$2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 2t^2 - 3t + 1$ となるので

$$2t^2 - 3t + 1 = 0, \quad 0 \leqq t \leqq 1$$

を満たす t の値を求めると, $t = 1/2, 1$ が得られる。$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ を満たす θ のうち, $t = 1/2$ となるのは $\theta = 30^\circ, 150^\circ$ のときであり, $t = 1$ となるのは $\theta = 90^\circ$ のときである。よって, 求める θ の値は $\boxed{30^\circ,\ 90^\circ,\ 150^\circ}$ である。

V　関数 $f(x) = \left(\log_2 \dfrac{x}{4}\right)^2 - \log_2 x^2 + 2$ の $1 \leqq x \leqq 16$ における最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ。(10 点)

【解答例】$1 \leqq x \leqq 16$ の各辺に底 2 の対数を取ると, $\log_2 1 \leqq \log_2 x \leqq \log_2 16$ となり, $0 \leqq \log_2 x \leqq 4$ である。$t = \log_2 x$ とおくと, $0 \leqq t \leqq 4$ となる。$x > 0$ のとき

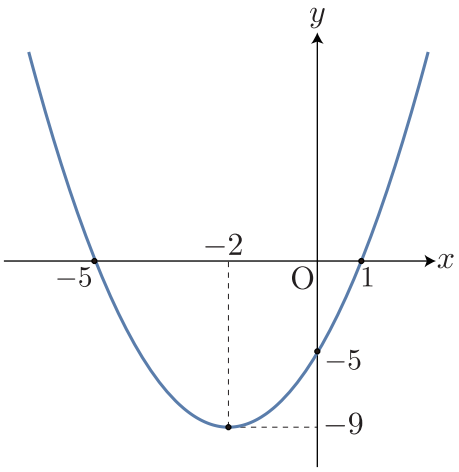
$$\begin{aligned} f(x) &= \left(\log_2 \frac{x}{4}\right)^2 - \log_2 x^2 + 2 \\ &= (\log_2 x - \log_2 4)^2 - 2\log_2 x + 2 \\ &= (t-2)^2 - 2t + 2 \\ &= t^2 - 6t + 6 \end{aligned}$$

となる。$0 \leqq t \leqq 4$ のとき, $t^2 - 6t + 6 = (t-3)^2 - 3$ は $t = 0$ において最大値 6 をとり, $t = 3$ において最小値 -3 をとる。よって, $f(x)$ $(1 \leqq x \leqq 16)$ は $\boxed{x = 1 \text{ のとき最大値 } 6}$ をとり, $\boxed{x = 8 \text{ のとき最小値 } -3}$ をとる。

VI　2 次関数 $y = x^2 + 4x - 5$ について, 次の問に答えよ。(30 点)

問 1　この 2 次関数のグラフを描け。

【解答例】



問 2　この 2 次関数のグラフの接線のうち, 傾きが -2 であるものを求めよ。

【解答例】$y' = 2x + 4$ より、$y' = -2$ となるときの x の値は $x = -3$ で、そのときの y の値は $y = -8$ である。この接線は傾き -2 で点 $(-3, -8)$ を通るので、接線の方程式は、$y = -2(x + 3) - 8$ より $\boxed{y = -2x - 14}$ となる。

問 3　この 2 次関数のグラフと問 2 で求めた直線と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

【解答例】

$$\text{囲まれた部分の面積} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 - \int_{-5}^{-3} -(x^2 + 4x - 5)\, dx = \boxed{\frac{20}{3}}$$