

問題・解答
用紙番号

39

の解答用紙に解答しなさい。

数 学 ②

〈受験学部・学科〉

2 科目型 受験者

理工学部(生命科学科・建築学科・都市環境工学科・機械工学科・電気電子工学科)

問題は100点満点で作成しています。

I 次の問1～問4の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまる整数を0～9から1つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし、分数は既約分数で表せ。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中にあられる自然数が最小となる形で答えること。たとえば、 $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(50点)

問1. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{6a_n}{4 - 5a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_n = \frac{1}{a_n} + \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \quad \text{とおくと、数列 } \{b_n\} \text{ は公比が } \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

$$a_n = \frac{\boxed{\text{オ}} \times \boxed{\text{カ}}^{n-1}}{\boxed{\text{キ}} \times \boxed{\text{ク}}^{n-1} - \boxed{\text{ケ}} \times \boxed{\text{コ}}^{n-1}},$$

$$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \left\{ 1 - \left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \right)^n \right\}$$

である。

問2. 円 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ の半径は $\boxed{\text{タ}}$ である。この円と直線 $y = a(x + 3)$ (ただし, $a > 0$) が接しているとき,

$$a = \frac{\boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}}} \text{ である。}$$

問3. 方程式 $2^{2x} - 2^{x+1} - 2^{\log_2 3} \cdot 2^{\log_2 5} = 0$ の実数解 x を, 10 を底とする対数を用いて表す

$$\text{と, } x = \frac{\log_{10} \boxed{\text{ヌ}}}{\log_{10} \boxed{\text{ネ}}} \text{ である。}$$

問4. $0 \leq x \leq \pi$ において, 関数 $y = |\sin x| + \sqrt{3} |\cos x|$ は, $x = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \pi$ と

$$x = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \pi \text{ で最大値 } \boxed{\text{ヘ}} \text{ をもつ。ただし, } \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} < \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \text{ とする。}$$

Ⅱ 次の空欄 (ア) ～ (ツ) に当てはまる整数を 0 ～ 9 から 1 つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし、分数は既約分数で表せ。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中にあられる自然数が最小となる形で答えること。たとえば、 $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(30点)

$$3 \text{ 次関数 } f(x) = \frac{x^3}{8} - 2x \text{ は, } x = \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}} \text{ で極小値 } - \frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

をとる。 k を正の定数とする。座標平面上において、直線 $y = kx$ は、曲線 $C: y = f(x)$ と 3 点で交わっており、それらの交点のうち x 座標が最も大きい点を A とする。A における C の接線の方程式は、

$$y = \left(\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} k \right) x - \left(\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}} k \right) \sqrt{\boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}} k}$$

であり、この接線と x 軸の交点を B とする。

$x \geq 0$ の領域において、 x 軸と C で囲まれた領域の面積を S_1 、 x 軸と C および線分 AB で囲まれた領域のうち $y \geq 0$ の部分の面積を S_2 とすると、

$$S_1 = \boxed{\text{セ}}, \quad S_2 = \frac{\boxed{\text{ソ}} k^3}{\boxed{\text{タ}} + \boxed{\text{チ}} k}$$

となる。 $k = \boxed{\text{ツ}}$ のとき、 S_1 と S_2 は等しくなる。

Ⅲ 次の空欄 (ア) ～ (ナ) に当てはまる整数を 0 ～ 9 から 1 つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし、分数は既約分数で表せ。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中にあられる自然数が最小となる形で答えること。たとえば、 $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(20点)

点 O を原点とする座標空間において、 $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ を基本ベクトルとする。この空間内の 3 点 A, B, C に対して、

$$\vec{OA} = 2\vec{e}_1, \vec{OB} = 2\vec{e}_2, \vec{OC} = -\vec{e}_3$$

である。 $\angle BAC = \theta$ とおくと、 $\cos \theta = \frac{\sqrt{\frac{(ア)}{(イ)}}}{(ウ)}$ である。線分 AB を 1 : 3 に内分する点を P, $\triangle ABC$ の重心を G とすると、

$$\vec{CP} = \frac{\frac{(エ)}{(オ)}}{\frac{(カ)}{(キ)}} \vec{e}_1 + \frac{\frac{(ケ)}{(コ)}}{\frac{(ク)}{(ク)}} \vec{e}_2 + \frac{\frac{(ス)}{(セ)}}{\frac{(ソ)}{(ソ)}} \vec{e}_3, \vec{CG} = \frac{\frac{(タ)}{(タ)}}{\frac{(チ)}{(チ)}} \vec{e}_1 + \frac{\frac{(ツ)}{(ツ)}}{\frac{(テ)}{(テ)}} \vec{e}_2 + \frac{\frac{(ト)}{(ト)}}{\frac{(ナ)}{(ナ)}} \vec{e}_3$$

である。

さらに、G から直線 CP に下ろした垂線と直線 CP の交点を Q とする。 $\vec{CQ} = k \vec{CP}$ (k は実

数) とおくと、 $k = \frac{\frac{(ソ)}{(タ)}}{\frac{(チ)}{(タ)}}$ であり、 $GQ = \frac{\frac{(チ)}{(タ)}}{\frac{(ト)}{(ナ)}} \sqrt{\frac{(ツ)}{(テ)}}$ である。

計 算 用 紙

計 算 用 紙