２０２６年度　外国人留学生入試
数学
【理工学部】

志望学部・学科										
学部　学科										
受　験　番　号										氏　　名

$\boxed{\mathrm{I}}$ $3x^2+4xy+y^2-7x-y-6$ を因数分解せよ。 (10 点)

【解答例】

$$\begin{aligned}3x^2+4xy+y^2-7x-y-6 &= 3x^2+(4y-7)x+(y^2-y-6)\\ &= 3x^2+(4y-7)x+(y-3)(y+2)\\ &= \{3x+(y+2)\}\{x+(y-3)\}\\ &= (3x+y+2)(x+y-3).\end{aligned}$$

(答)　$(3x+y+2)(x+y-3)$

$\boxed{\mathrm{II}}$ 1 から 9 までの番号札 9 枚から 3 枚を同時に引くとき, 少なくとも 1 枚が 3 の倍数の番号札である確率を求めよ。 (10 点)

【解答例】

3 枚全てが 3 の倍数の番号札ではない確率は,

$$\frac{{}_6\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{3\cdot2\cdot1}{9\cdot8\cdot7}=\frac{5}{21}$$

である。 よって余事象の確率を求めて,

$$1-\frac{5}{21}=\frac{16}{21}$$

である。　　(答)　$\dfrac{16}{21}$

$\boxed{\mathrm{III}}$ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき, 方程式 $\cos 2\theta=-\sin\theta$ を解け。 (10 点)

【解答例】

$\cos 2\theta = 1-2\sin^2\theta$ であるので，方程式は

$$2\sin^2\theta-\sin\theta-1=0$$

と同値である．これは $(2\sin\theta+1)(\sin\theta-1)=0$ と因数分解されるので，$\sin\theta=-\dfrac{1}{2},1.$
よって，$\theta=90^\circ,210^\circ,330^\circ.$

(答)　$\theta=90^\circ,210^\circ,330^\circ$

$\boxed{\text{IV}}$ 第 4 項が 18, 第 8 項が 38 の等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問に答えよ。(30 点)

問 1. 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

【解答例】

等差数列の初項を a, 公差を d とすると, 第 n 項は $a+(n-1)d$ である。

第 4 項が 18 であるから	$a+3d=18$
第 8 項が 38 であるから	$a+7d=38$

この連立方程式を解いて

$$a=3, \quad d=5$$

したがって, 一般項は $a_n=3+(n-1)5=5n-2$ である。

(答) $a_n=5n-2$

問 2. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を n の式で表せ。

【解答例】

初項を 3, 末項が $5n-2$, 項数が n の等差数列の和であるから

$$S_n=\frac{1}{2}n\left\{3+(5n-2)\right\}=\frac{1}{2}n(5n+1)$$

(答) $S_n=\dfrac{1}{2}n(5n+1)$

問 3. $S_n>300$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。

【解答例】

$n(5n+1)>600$ を満たす 最小の n を求めればよい。

$n=10$ のとき	$n(5n+1)=510$
$n=11$ のとき	$n(5n+1)=616$

したがって, 最小の自然数は $n=11$ である。 (答) $n=11$

$\boxed{\text{V}}$ 方程式 $\log_3 x-\log_x 9=1$ を解け。(10 点)

【解答例】

底の変換公式から

$$\log_3 x-\frac{\log_3 9}{\log_3 x}=1$$

である。 両辺に $\log_3 x$ をかけると,

$$(\log_3 x)^2-\log_3 x-2=(\log_3 x+1)(\log_3 -2)=0$$

となるから $\log_3 x=-1,\ 2$ である。したがって, $x=\dfrac{1}{3},\ 9$ である。

(答) $x=\dfrac{1}{3},\ 9$

$\boxed{\text{VI}}$ 2 次関数 $f(x) = -x^2 + 4x + 4$ について, 次の問に答えよ。 (30 点)

問 1. $y = f(x)$ のグラフを座標平面に描け。ただし，$y = f(x)$ のグラフと x 軸，y 軸との交点の座標も求めること。

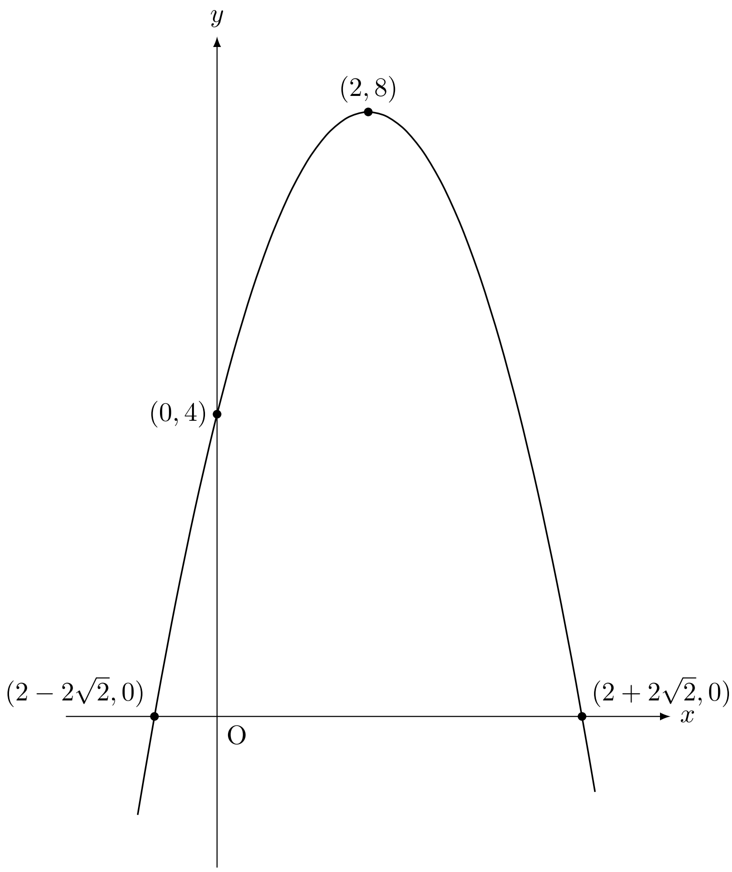
【解答例】

$$f(x) = -(x^2 - 4x) + 4 = -\{(x-2)^2 - 4\} + 4 = -(x-2)^2 + 8$$

と平方完成される．また，$f(x) = 0$ は $x^2 - 4x - 4 = 0$ と同値であり，これを解くと

$$x = 2 \pm \sqrt{4+4} = 2 \pm 2\sqrt{2}.$$

よって，$y = f(x)$ のグラフは x 軸と点 $(2-2\sqrt{2}, 0)$, $(2+2\sqrt{2}, 0)$ で交わる．また，y 軸とは点 $(0, 4)$ で交わる．以上より，$y = f(x)$ のグラフを座標平面に描くと以下の図のようになる．



問 2. $y = f(x)$ のグラフの接線のうち，傾きが 2 であるものを ℓ とする。 このとき，ℓ の方程式を求めよ。

【解答例】

$f'(x) = -2x + 4$ より，$f'(x) = 2$ となる x の値は 1. $f(1) = 7$ であるので，ℓ の方程式は $y = 2(x-1) + 7$，すなわち

$$y = 2x + 5.$$

(答) $y = 2x + 5$

問 3. $y=f(x)$ のグラフの $x \leqq 1$ の部分，直線 ℓ，直線 $y=-1$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

【解答例】

$f(x)=-1$ は $x^2-4x-5=0$ と同値であるので，$y=f(x)$ のグラフと直線 $y=-1$ は 2 点 $(-1,-1)$, $(5,-1)$ で交わる．また，直線 ℓ と直線 $y=-1$ は点 $(-3,-1)$ で交わり，

$$2x+5-(-x^2+4x+4)=x^2-2x+1=(x-1)^2$$

より直線 ℓ は $y=f(x)$ のグラフの上側にある．以上より，求める図形の面積は

$$\begin{aligned}
&2\cdot 4\cdot\frac{1}{2}+\int_{-1}^{1}\{(2x+5)-(-x^2+4x+4)\}\,dx\\
&=4+\int_{-1}^{1}(x^2-2x+1)\,dx\\
&=4+2\int_{0}^{1}(x^2+1)\,dx\\
&=4+2\left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_0^1\\
&=4+2\cdot\frac{4}{3}\\
&=\frac{20}{3}.
\end{aligned}$$

(答) $\dfrac{20}{3}$