

問題・解答 用紙番号	44
---------------	----

の解答用紙に解答しなさい。

数 学 ③

〈受験学部・学科〉

3科目型 受験者 **3科目型と2科目型の併願受験者**

理工学部, 農学部【理系型】

2科目型 受験者

理工学部(住環境デザイン学科【理系型】・建築学科・都市環境工学科・機械工学科・電気電子情報工学科)

問題は100点満点で作成しています。

I 次の問1～問4の空欄 ～ に当てはまる整数を0～9から1つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし、分数は既約分数で表せ。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(40点)

問1. i を虚数単位とする。 α を実部が2, 虚部が3の複素数とすると,

$$\alpha^2 = - \boxed{\text{(ア)}} + \boxed{\text{(イ)}} \boxed{\text{(ウ)}} i, \quad \frac{1}{\alpha} = \frac{\boxed{\text{(エ)}}}{\boxed{\text{(オ)}} \boxed{\text{(カ)}}} - \frac{\boxed{\text{(キ)}}}{\boxed{\text{(オ)}} \boxed{\text{(カ)}}} i$$

である。

問2. 三角形 ABC が

$$AB = 3, AC = 2, \sin \angle A = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

を満たすとき、三角形 ABC の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。さらに、 $\angle A$ は鈍角である

とすると、

$$BC = \sqrt{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}, \sin \angle B = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

問3. 2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} が

$$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = \sqrt{5}, |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{6}$$

を満たすとする。このとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{タ}}$ である。また、 t を実数とすると、

$\left| \frac{t}{3} \vec{a} - 3\vec{b} \right|$ は $t = \boxed{\text{チ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ をとる。

問4. 白玉3個と黒玉2個が入った袋Aと、空の袋Bがある。これらの袋に対して、

袋Aから同時に2個の玉を取り出して袋Bに入れる (★)

という操作を考える。

(1) 操作 (★) を行い、袋Bの中に黒玉が2個入っている確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}}}$ であり、

袋Bの中に黒玉がちょうど1個入っている確率は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(2) 操作 (★) を行い、袋Aの中の1個の玉と袋Bの中の1個の玉の交換を行う。このと

き、袋Bの中に黒玉が入っている確率は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}} \boxed{\text{ヒ}}}$ である。

Ⅱ 次の問1，問2の空欄 (ア) ～ (ケ) に当てはまる整数を0～9から1つ選び，該当する解答欄にマークせよ。ただし，分数は既約分数で表せ。(14点)

座標平面における点A (2, -5) と直線

$$l: 3x + 4y - 16 = 0$$

の両方を，点Aが原点Oと重なるように平行移動する。この平行移動により l が移される直線を m とする。

問1. 直線 m の方程式は

$$3x + 4y - \boxed{\text{(ア)}} \boxed{\text{(イ)}} = 0$$

である。

問2. 原点Oを中心とする円Cが，点Bで直線 m と接するとする。このとき，接点Bの座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{(ウ)}} \boxed{\text{(エ)}}}{\boxed{\text{(オ)}}}, \frac{\boxed{\text{(カ)}} \boxed{\text{(キ)}}}{\boxed{\text{(ク)}}} \right)$$

であり，円Cの半径は $\boxed{\text{(ケ)}}$ である。

Ⅲ 次の問1～問3の空欄 (ア) ～ (ス) に当てはまる整数を0～9から1つ選び、該当する解答欄にマークせよ。(25点)

自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、条件

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n - 4n$$

を満たす数列 $\{a_n\}$ を考える。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n$ により定める。

問1. 数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = - \text{(ア)}, b_{n+1} = \text{(イ)} b_n - \text{(ウ)}$$

を満たす。

問2. 数列 $\{b_n - \text{(エ)}\}$ は、初項 $-\text{(オ)}$ 、公比 (カ) の等比数列である。よって、

$\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = - \text{(キ)} \cdot \text{(ク)}^{n-1} + \text{(ケ)}$$

である。

問3. 問2より、 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = - \text{(コ)} \cdot \text{(サ)}^{n-1} + \text{(シ)} n + \text{(ス)}$$

である。

IV 次の問1～問3の空欄 (ア) ～ (ソ) に当てはまる整数を0～9から1つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし、分数は既約分数で表せ。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(21点)

$x \geq 1$ に対して定義された関数

$$f(x) = x\sqrt{x-1}$$

を考える。

問1. 座標平面における直線 $y = x$ と関数 $y = f(x)$ のグラフは、共有点

$$\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right)$$

をもつ。

問2. $x > 1$ に対して、 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ と第2次導関数 $f''(x)$ は

$$f'(x) = \frac{\boxed{\text{ウ}}x - \boxed{\text{エ}}}{2\sqrt{x-1}}, \quad f''(x) = \frac{\boxed{\text{オ}}x - \boxed{\text{カ}}}{4(x-1)\sqrt{x-1}}$$

である。これより、 $y = f(x)$ のグラフの変曲点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \frac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$$

である。

問3. $y = f(x)$ のグラフと2つの直線 $y = x$, $x = 1$ で囲まれる図形の面積を S とすると、

$$S = \frac{\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}}}$$

である。

計 算 用 紙

計 算 用 紙