摂南大学大学院理工学研究科博士前期課程
（生産開発工学専攻）
２０２４年度一般入学試験（第２回）試験問題

＜機械工学系＞ 機械工学－１	問題番号	３	受験番号	

【問】図1に示すように，球の浮力により弁を開く装置がある．この弁は，厚さt，直径Dの円形をしており，その比重はsである．水深がhで，球の中心が水面に一致したとき，ちょうど弁が開いた．この球の直径dを以下の手順に従って求めよ．ただし，水の密度をρ_w，大気圧をp_a，重力加速度をgとし，球の自重および弁が開くときの摩擦の影響は無視できるものとする．

(1) 球に働く浮力F_Bを求めよ．

(2) 弁の水側下面にかかる圧力による力F_pを求めよ．

(3) 弁の自重Wを求めよ．

(4) 弁が開くときは，これらの力がちょうど釣り合ったときである．この釣り合いの式から最小の球直径dを求めよ．

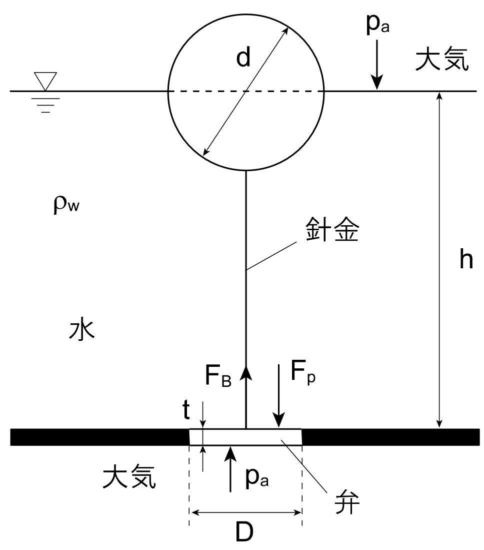


図１　球の浮力で開く弁

【解答】

(1)　$F_B = \rho_w(\pi/12)d^3 g$

(2)　$F_p = (\pi/4)D^2(p_a + \rho_w gh)$

(3)　$W = s\rho_w(\pi/4)D^2 t$

(4)　$\frac{\pi}{12}d^3\rho_w g + \frac{\pi}{4}D^2 p_a \geq \frac{\pi}{4}D^2(p_a + \rho_w gh) + \frac{\pi}{4}D^2 ts\rho_w$ より，

$$d = \sqrt[3]{\frac{3D^2}{g}(gh + ts)}$$

摂南大学大学院理工学研究科博士前期課程

（生産開発工学専攻）

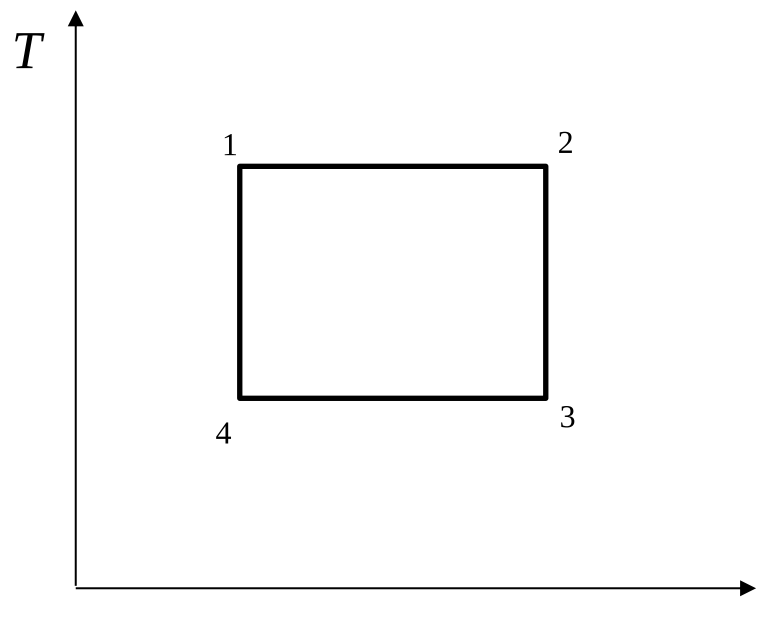
２０２４年度一般入学試験（第２回）試験問題

＜機械工学系＞ 機械工学－２	問題番号	４	受験番号	

カルノーサイクルは、高温熱源から熱を受け取り、低温熱源に熱を捨てながら仕事を取り出すプロセスであり、等温膨張（状態1→状態2）、断熱膨張（状態2→状態3）、等温圧縮（状態3→状態4）、断熱圧縮（状態4→状態1）で構成される。1回のサイクル動作のうち、等温膨張時に高温熱源からQ_{H}の熱量を受け取り、等温圧縮時に低温熱源にQ_{L}の熱量を捨て、正味の仕事 W を取り出す。サイクルへの入熱量 Q_{H} に対するサイクルの正味の仕事 W の割合が、サイクルの熱効率 η である。

（１）

カルノーサイクルのT-S線図を示せ。



（２）

カルノーサイクルの理論熱効率 η を高温熱源と低温熱源の温度であるT_{H}とT_{L}で表せ。

なお、理論熱効率を導出するにあたり、

等温過程によって状態Aから状態Bに変化するときに外部になす仕事W_{AB}は、

気体の質量m、温度T、体積V、気体定数Rをつかって

$W_{\mathrm{AB}} = mRT \ln（V_{\mathrm{B}} / V_{\mathrm{A}}）$

断熱過程によって状態Cから状態Dに変化するときに外部になす仕事W_{CD}は、

気体の質量m、温度T、等積比熱c_vをつかって

$W_{\mathrm{CD}} = mc_{\mathrm{v}}（T_{\mathrm{C}} - T_{\mathrm{D}}）$

とあらわすことができることに参考にせよ。

サイクルの熱効率は以下の式で表現される。

$$\eta = \frac{W}{Q_{12}} = \frac{Q_{12} - Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}}$$

この式に対して、

状態1→状態2の等温膨張過程の仕事と入熱量の表式：$W_{12} = Q_{12} = mRT_H \ln(V_2/V_1)$

状態2→状態3の断熱膨張過程の仕事の表式：$W_{23} = mc_v(T_2 - T_3)$

状態3→状態4の等温圧縮過程の仕事と入熱量の表式：$W_{34} = -Q_{34} = mRT_L \ln(V_4/V_3)$

状態4→状態1の断熱圧縮過程の仕事の表式：$W_{41} = mc_v(T_1 - T_4)$

を各々代入することで、以下の式を得る。

$$\eta = 1 - \frac{-mRT_L \ln(V_4/V_3)}{mRT_H \ln(V_2/V_1)}$$

この式に対して、

状態2→状態3の断熱圧縮過程の表式：$T_2/T_3 = (V_3/V_2)^{\kappa}$

状態4→状態1の断熱膨張過程の表式：$T_4/T_1 = (V_1/V_4)^{\kappa}$

ところで、状態1→状態2は等温過程であるため、$T_1 = T_2 = T_{\mathrm{H}}$

状態3→状態4も等温過程であるため、$T_3 = T_4 = T_{\mathrm{L}}$

ゆえに、$T_2/T_3 = T_1/T_4$　すなわち、$V_3/V_2 = V_4/V_1$　となり、$V_2/V_1 = V_3/V_4$　が得られる。

この関係を、上の効率の式に代入することで、以下のカルノーサイクルの理論熱効率が得られる。

$$\eta = 1 - \frac{mRT_L \ln(V_3/V_4)}{mRT_H \ln(V_2/V_1)} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

摂南大学大学院理工学研究科博士前期課程
（生産開発工学専攻）
２０２４年度一般入学試験（第２回）試験問題

（専門関連基礎） 力学	問題番号	7	受験番号	

以下の問いに答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とし，ひも，小物体および剛体棒が運動するときの空気抵抗は無視できるものとする。また，ひも及び剛体棒の角度 θ〔rad〕はそれぞれ図1及び図2に示すように，鉛直下向きから左回りに測るものとする。

［１］図1に示すように，質量の無視できる長さL〔m〕のひもの端に質量M〔kg〕の小物体を取り付け，他端を中心とした鉛直面内で振り子運動させた。このときひもはたるむことなく運動した。

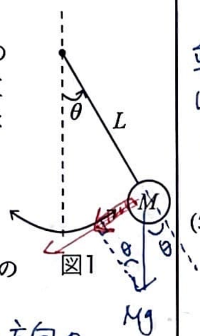


図1

(1) ひもと鉛直下向きのなす角がθであるとき，小物体の運動方向にはたらく力の大きさを求めよ。

運動方向は半径Lの弧の接線方向。この方向の重力 Mg[N]の成分の大きさは

$$\left| Mg \sin\theta \right| \,[\mathrm{N}] \;/\!/$$

（絶対値なしでも正解とする）

(2) (1)の力の方向の小物体の運動方程式を書け。

$Ma = F$. Fは(1)の運動方向の力。この方向の速度は $v = L\omega$（ここでωは角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$）。よって加速度$a$は $a = \frac{dv}{dt} = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$。力の符号に注意して（力は$\theta>0$では$\theta$を減少させる向きである）

$$ML\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mg\sin\theta \;/\!/$$

(3) この振り子の周期を求めよ。ただし，ひもと鉛直下向きのなす角θの大きさが十分に小さいものとする。

θが十分小さいので$\sin\theta$をθで近似すると，単振動の式 $L\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\theta$ が得られる。この単振動の周期は公式より

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \;/\!/$$

<別解> $\theta = A\sin\frac{2\pi}{T}t$ とおき，単振動の式に代入

$$-\frac{4\pi^2}{T^2}L\cancel{A}\sin\frac{2\pi}{T}t = -g\cancel{A}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$T^2 = \frac{L}{g}\times 4\pi^2 \quad \therefore\; T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

［２］図2に示すように，一様な太さの長さL〔m〕，質量M〔kg〕の剛体棒の一方の端点を中心に鉛直面内で振り子運動させた。

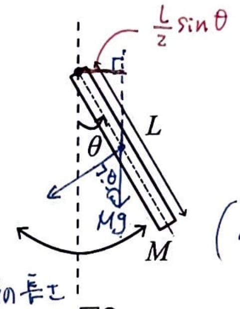


図2

(4) 剛体棒と鉛直下向きのなす角がθであるとき，剛体棒にはたらく力のモーメントの大きさを求めよ。

重心に重力がはたらく。モーメントの腕の長さは $\frac{L}{2}\sin\theta$。よって力のモーメントの大きさは $\left|\frac{L}{2}\sin\theta \times Mg\right| = \left|\frac{1}{2}MgL\sin\theta\right|$ [N·m]

（絶対値なしでも正解とする。）

(5) 剛体棒の運動方程式を書け。ただし，剛体棒の端点の周りの慣性モーメントはI〔kg・m^2〕であるものとする。

$I\beta = N$。ここで角加速度 $\beta = \frac{d^2\theta}{dt^2}$。Nの大きさは(4)だが$\theta>0$では力のモーメントは右回りさせようとしている（すなわち負である）ことに注意して

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{1}{2}MgL\sin\theta$$

(6) この剛体棒振り子の周期を求めよ。ただし，剛体棒と鉛直下向きのなす角θの大きさが十分に小さいものとする。

$\sin\theta \sim \theta$ より (3)と同様な単振動の式 $I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{1}{2}MgL\,\theta$ が得られる。

よって $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{\frac{1}{2}MgL}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2I}{MgL}}$

(7) 図2の剛体棒の端点の周りの慣性モーメントは$I = \frac{1}{3}ML^2$である。この剛体棒の振り子の周期は，(3)のひもと小物体からなる振り子の周期の何倍か。

(6)にIの式を代入して，$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{L}{g}}$

これは(3)の $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 倍である。