

問題・解答
用紙番号

43

の解答用紙に解答しなさい。

数 学

〈受験学部・学科〉

理工学部(住環境デザイン学科・建築学科・都市環境工学科・機械工学科・電気電子工学科)

問題は100点満点で作成しています。

I 次の問1～問6の空欄 (ア) ～ (グ) に当てはまる整数を0～9から1つ選び該当する解答欄にマークせよ。ただし分数は既約分数で表せ。また根号を含む形で解答する場合は、根号の中にあらわれる自然数が最小となる形で答えること。たとえば $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(80点)

問1. 2次関数 $y = x^2 - 4x + 5$ のグラフの頂点は、点 $(\text{ア}), (\text{イ})$ であり、軸は直線 $x = (\text{ウ})$ である。また、2次関数 $y = 2x^2 - ax + b$ のグラフの頂点が点 $(1, 4)$ であるとき、定数 a, b の値はそれぞれ $a = (\text{エ}), b = (\text{オ})$ である。

問2. $\triangle ABC$ において、 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $\angle ACB = \frac{\pi}{4}$, $BC = 6$ とする。このとき、

$AB = (\text{カ})\sqrt{(\text{キ})}$ であり、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は $(\text{ク})\sqrt{(\text{ケ})}$ である。

問3. 45人の学生にIとIIの問題を出題した結果、Iが解けた学生は25人、IIが解けた学生は22人であった。また、IとIIの両方が解けた学生は10人であった。このとき、Iが解けなかった学生は $(\text{コ})(\text{サ})$ 人であり、IとIIの両方とも解けなかった学生は (シ) 人である。

問4. n を自然数とする。第10項が1, 第16項が5である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} n - \frac{\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \text{である。また, 等差数列 } \{a_n\} \text{ の初項から第20項まで}$$

$$\text{の和は } \frac{\boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \text{である。}$$

問5. $0 \leq \theta < 2\pi$ とし, 関数 $y = \sin 2\theta + \sqrt{2} (\sin \theta - \cos \theta)$ を考える。 y を変数

$$t = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \theta - \cos \theta) \text{ を用いて表すと, } y = -\boxed{\text{ナ}} t^2 + \boxed{\text{ニ}} t + \boxed{\text{ヌ}} \text{ であ}$$

る。 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, t のとり得る値の範囲は $-\boxed{\text{ネ}} \leq t \leq \boxed{\text{ノ}}$ であるから, y

$$\text{は } t = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \text{ のとき最大値 } \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \text{ をとる。} y \text{ が最大値をとるときの } \theta \text{ の値は, 小さい}$$

$$\text{順に, } \theta = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}} \boxed{\text{ミ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ム}} \boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{ム}} \boxed{\text{ヤ}}} \pi \text{ である。}$$

問 6. 正の実数 x, y についての連立方程式

$$\begin{cases} 3^x \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^y = \sqrt{3} & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \log_3 x + 2\log_9 y = 1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

を考える。方程式①が成り立つとき、

$$x - \frac{\boxed{\text{(ニ)}}}{\boxed{\text{(イ)}}} y = \frac{\boxed{\text{(ヲ)}}}{\boxed{\text{(一)}}}$$

である。底の変換公式より

$$\log_9 y = \frac{\log_3 y}{\log_3 \boxed{\text{(ル)}}} = \frac{\boxed{\text{(レ)}}}{\boxed{\text{(ロ)}}} \log_3 y$$

であるので、方程式②が成り立つとき、

$$xy = \boxed{\text{(ワ)}}$$

である。よって、連立方程式①, ②の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{(ガ)}}}{\boxed{\text{(キ)}}}, \quad y = \boxed{\text{(グ)}}$$

である。

Ⅱ 次の問 1, 問 2 の空欄 (ア) ～ (ヌ) に当てはまる整数を 0 ～ 9 から 1 つ選び該当する解答欄にマークせよ。ただし分数は既約分数で表せ。また根号を含む形で解答する場合は, 根号の中にあらわれる自然数が最小となる形で答えること。たとえば $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(20点)

問 1. $f(x) = \int_1^x te^{-2t} dt$ とすると, $f(x) = -\frac{\text{(ア)}}{\text{(イ)}} xe^{-2x} - \frac{\text{(ウ)}}{\text{(エ)}} e^{-2x} + \frac{\text{(オ)}}{\text{(カ)}} e^{-\text{(キ)}}$

である。また, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\text{(ク)}}{\text{(ケ)}} e^{-\text{(コ)}}$ である。

問 2. $0 \leq x \leq 2\pi$ とする。関数 $f(x) = \sin 2x + 2\sin x$ を x について微分すると,

$f'(x) = \text{(サ)} \cos^2 x + \text{(シ)} \cos x - \text{(ス)}$ である。また, 関数 $f(x)$ は

$x = \frac{\text{(セ)}}{\text{(ソ)}} \pi$ で最大値 $\frac{\text{(タ)} \sqrt{\text{(チ)}}}{\text{(ツ)}}$ をとり,

$x = \frac{\text{(テ)}}{\text{(ト)}} \pi$ で最小値 $-\frac{\text{(ナ)} \sqrt{\text{(ニ)}}}{\text{(ヌ)}}$ をとる。

計 算 用 紙

計 算 用 紙