

問題・解答 用紙番号	5
---------------	---

の解答用紙に解答しなさい。

数 学

〈受験学部・学科〉

理工学部(住環境デザイン学科・建築学科・都市環境工学科・機械工学科・電気電子工学科)、
農学部【理系科目型】

問題は100点満点で作成しています。

I 次の問1～問6の空欄 (ア) ～ (レ) に当てはまる整数を0～9から1つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし分数は既約分数で表すこと。(70点)

問1. 3本の当たりくじと7本のはずれくじからなる10本のくじをa, bの2人が引く。まずaが同時に2本引いて、そのくじを戻さずに続けてbが1本のくじを引く。

aが1本だけ当たる確率は $\frac{\text{(ア)}}{\text{(イ) (ウ)}}$ である。

aが2本ともはずれ、bが当たる確率は $\frac{\text{(エ)}}{\text{(オ) (カ)}}$ である。

問2. 三角形ABCの辺ABを3:2に内分する点をE, 辺ACを2:1に内分する点をD, 直線BDとCEの交点をP, 直線APと辺BCの交点をQとすると、

$\frac{BQ}{QC} = \frac{\text{(キ)}}{\text{(ク)}}, \frac{AP}{PQ} = \frac{\text{(ケ)}}{\text{(コ)}}$, 三角形PBQの面積は三角形ABCの面積の

$\frac{\text{(サ)}}{\text{(シ) (ス)}}$ 倍である。

問 3. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ で, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{15}{17}$ のとき,

$$\cos(\alpha - \beta) = -\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{(セ)} & \text{(ソ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{(タ)} & \text{(チ)} \\ \hline \end{array}} \text{である。}$$

問 4. 実数 x に関する不等式 $2 + \log_2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2 \right) \leq \log_{\sqrt{2}}(x + 2)$ を解くと,

$$\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ツ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(テ)} \\ \hline \end{array}} \leq x < \begin{array}{|c|} \hline \text{(ト)} \\ \hline \end{array} \text{である。}$$

問 5. 初項が正の実数である等比数列 $\{a_n\}$ (n は自然数) を考える。 $a_2 + a_5 = 10$,

$$a_5 + a_8 = 80 \text{ であるとき, 初項は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ナ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ニ)} \\ \hline \end{array}}, \text{ 公比は } \begin{array}{|c|} \hline \text{(ヌ)} \\ \hline \end{array} \text{ である。また,}$$

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = \frac{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{(ネ)} & \text{(ノ)} & \text{(ハ)} & \text{(ヒ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(フ)} \\ \hline \end{array}} \text{ である。}$$

問 6. 四面体 OABC において, 辺 OA を 2 : 1 に内分する点を D, 辺 OB を 1 : 2 に内分する点を E とする。また, 辺 BC を 3 : 1 に内分する点 F と頂点 A を結ぶ線分 AF を 2 : 1 に内分する点を P, 三角形 CDE の重心を G とする。

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ヘ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ホ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OA} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(マ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ミ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OB} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ム)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(メ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OC},$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(モ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ヤ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OA} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ユ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ヨ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OB} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ラ)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(リ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OC} \text{ より, } \overrightarrow{OG} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{(ル)} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{(レ)} \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{OP} \text{ と表せる。}$$

Ⅱ 曲線 $C: y = |x^2 - 3x|$ と直線 $\ell: y = ax$ (a は $0 < a < 3$ を満たす定数) で囲まれる 2 つの部分の面積の和を最小とする a を求めたい。次の問 1 と問 2 の空欄 (ア) ～ (フ) に当てはまる整数を 0 ～ 9 から 1 つ選び、該当する解答欄にマークせよ。ただし分数は既約分数で表し、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(30点)

問 1. $0 \leq x \leq 3$ において、曲線 C と直線 ℓ の共有点の x 座標は 0 と (ア) $- a$ である。

$0 \leq x \leq$ (ア) $- a$ における曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積を S_1 とすると、

$$S_1 = - \frac{\text{(イ)}}{\text{(ウ)}} a^3 + \frac{\text{(エ)}}{\text{(オ)}} a^2 - \frac{\text{(カ)}}{\text{(キ)}} a + \frac{\text{(ク)}}{\text{(ケ)}} \text{ である。}$$

問 2. $3 \leq x$ において曲線 C と直線 ℓ の共有点の x 座標は (コ) $+ a$ である。

(ア) $- a \leq x \leq$ (コ) $+ a$ における曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積を S_2 とす

$$\text{ると, } S_1 + S_2 = - \frac{\text{(サ)}}{\text{(シ)}} a^3 + \frac{\text{(ス)}}{\text{(セ)}} a^2 - \frac{\text{(ソ)}}{\text{(タ)}} a + \frac{\text{(チ)}}{\text{(ツ)}} \text{ であり,}$$

$$S_1 + S_2 \text{ は } a = \text{(テ)} - \text{(ト)} \sqrt{\text{(ナ)}} \text{ のとき}$$

$$\text{最小値 } \text{(ニ)} \text{(ヌ)} \text{(ネ)} - \text{(ノ)} \text{(ハ)} \text{(ヒ)} \sqrt{\text{(フ)}} \text{ をとる。}$$

計 算 用 紙

計 算 用 紙