2024年度　外国人留学生入試　数学 【経済学部・現代社会学部】

受験番号	氏名	志望学部
-		学部

［ 問題 1 ］（10 点）

与えられた 2 次関数$f(x) = ax^2 + bx + c$のグラフに関する以下の情報に基づいて、a, b, cの値を求めてください。

- 頂点が座標(2, 5)にある
- x軸と$x = 5$で交わる

頂点が(2, 5)にあるので、平方完成の式から

$$f(x) = a(x-2)^2 + 5 \cdots (1)$$
$$= ax^2 - 4ax + 4a + 5 \quad \cdots (2)$$

x軸と$x = 5$で交わるので、(2)式に代入して、

$$25a - 20a + 4a + 5 = 0$$
$$a = -\tfrac{5}{9} \quad \cdots (3)$$

(3)を(1)に代入して展開する。

$$f(x) = -\frac{5}{9}(x-2)^2 + 5$$

$$f(x) = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{20}{9}x + \frac{25}{9}$$

答え：$a = -\tfrac{5}{9}, b = \tfrac{20}{9}, c = \tfrac{25}{9}$

［ 問題 2 ］（10 点）

次の等比数列を考えます

$a_1 = 3$, $a_2 = 6$, $a_3 = 12$, $a_4 = 24$, $\cdots$

この等比数列の一般項a_nを示したうえで、この等比数列の初項から第 10 項までの和を求めてください。

初項 3、等比 2 なので、この等比数列の一般項a_nは、

$$a_n = 3 \cdot 2^{(n-1)}$$

第 1 項から第n項までの等比数列の和は、等比数列の和の公式を用いる。

$$S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

したがって、第 10 項までの和は以下の通り。

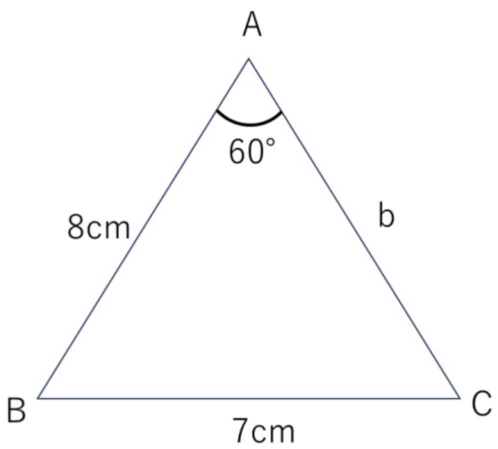
$$S_{10} = 3\frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 3069$$

答え：3069

2024 年度　外国人留学生入試　数学　【経済学部・現代社会学部】

［ 問題 3 ］（10 点）

△ABC において、BC=7cm, AB=8cm, ∠A=60° のとき、b の長さを求めてください。



余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cosA$$

より、

$$7^2 = b^2 + 8^2 - 2b \cdot 8 \cdot cos60^\circ$$

$$49 = b^2 + 64 - 16b \cdot \frac{1}{2}$$

$$b^2 - 8b + 15 = 0$$

$$(b-3)(b-5) = 0$$

よって、$b = 3,\ 5$

答え：3cm および 5cm

［ 問題 4 ］（10 点）

$\alpha = 30^\circ$,$\beta = 45^\circ$ として、sin（$\alpha + \beta$）の値を求めてください。

三角関数の加法定理によれば、sin(α + β) は以下のように表現できる。

$$sin(\alpha + \beta) = sin(\alpha)cos(\beta) + cos(\alpha)sin(\beta)$$

与えられた値で計算すると、

$$sin(\alpha) = sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$cos(\alpha) = cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$sin(\beta) = sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$cos(\beta) = cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

これらを(1)式に代入して、

$$sin(\alpha + \beta) = (\frac{1}{2})(\frac{\sqrt{2}}{2}) + (\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{4}$$

答え：$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{4}$

2024年度　外国人留学生入試　数学 【経済学部・現代社会学部】

［ 問題 5 ］（10 点）

直線$2x - 3y + 6 = 0$ と点 P(4, 5) の距離を求めてください。

点 P(x1, y1) から直線 Ax + By + C = 0 までの距離は、以下の公式で求めることができる。

$$\text{距離} = \frac{|A \cdot x1 + B \cdot y1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

与式の条件を代入して、

$$\frac{|2(4) - 3(5) + 6|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}} \quad \left(= \frac{\sqrt{13}}{13}\right)$$

答え：$\frac{1}{\sqrt{13}}$

［ 問題 6 ］（10 点）

あるバクテリアの個体数$N(t)$はt時間後に指数関数的に増加するため、次のように表されます。

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{0.1t}$$

ここで$N_0 = 100$とし、これは初期個体数を表します。この個体数が 2,000 個体に達するのは何時間後ですか。なお、$\log_2(20) \approx 4.3219$を利用してください。

$N_0 = 100$を与式に代入して以下を得ます。

$$2{,}000 = 100 \cdot 2^{0.1t}$$

$$20 = 2^{0.1t}$$

両辺について底 2 の対数をとります。

$$0.1t = \log_2(20)$$

$\log_2(20) \approx 4.3219$であることを利用して、

$$0.1t = 4.3219$$

$$t = 43.219$$

答え:43.219 時間後

2024年度　外国人留学生入試　数学　【経済学部・現代社会学部】

［問題7］（計20点）

あるショッピングモールで、3つの異なるイベント（A、B、C）が同時に行われています。それぞれのイベントが以下の確率で成功するとします。

- イベントAの成功確率は1/4です。
- イベントBの成功確率は1/3です。
- イベントCの成功確率は1/2です。

以下の確率に関する問題を解いてください。

(1)　3つのイベントすべてが成功する確率は何ですか？　(6点)
(2)　少なくとも1つのイベントが成功する確率は何ですか？　(6点)
(3)　3つのイベントのうち少なくとも2つが成功する確率は何ですか？　(8点)

(1) 3つのイベントすべてが成功する確率は、各イベントが成功する確率を掛け合わせたものとなる。

$$P(A\,\text{かつ}\,B\,\text{かつ}\,C) = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

答え：$\frac{1}{24}$

(2) 少なくとも1つのイベントが成功する確率は、すべてのイベントが失敗する確率の補完（1から失敗する確率を引いたもの）となる。

$$P(A\,\text{または}\,B\,\text{または}\,C) = 1 - P(\text{すべてのイベントが失敗})$$

$$= 1-(1-P(A))(1-P(B))(1-P(C)) = 1-\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = 1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

答え: $\frac{3}{4}$

(3) 少なくとも2つのイベントが成功する確率は、各2つのイベントの組が同時に成功する確率および3つのイベントが同時に成功する確率の合計となるので、以下のように計算できる。

$$P(\text{少なくとも2つのイベントが成功}) = P(A\,\text{かつ}\,B) + P(A\,\text{かつ}\,C) + P(B\,\text{かつ}\,C) + P(A\,\text{かつ}\,B\,\text{かつ}\,C)$$

$$= \left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

答え：$\frac{5}{12}$

2024 年度　外国人留学生入試　数学　【経済学部・現代社会学部】

[問題 8] （10 点）

関数 $f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 + x - 1$ の導関数を求めてください。

答え：$f'(x) = 10x^4 - 20x^3 + 12x^2 - 6x + 1$

[問題 9] （10 点）

次の定積分を計算してください。

$$\int_1^4 (x^3 - 2x^2 + 5x - 1)dx$$

$$\int_1^4 (x^3 - 2x^2 + 5x - 1)dx = [\int x^3 dx - \int 2x^2 dx + \int 5x dx - \int 1 dx]_1^4 \quad \cdots (1)$$

ここで、

$$\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4$$

$$\int 2x^2 dx = \frac{2}{3}x^3$$

$$\int 5x dx = \frac{5}{2}x^2$$

$$\int 1 dx = x$$

であるので、これらを(1)式に代入して定積分を行う。

$$\left[\int x^3 dx - \int 2x^2 dx + \int 5x dx - \int 1 dx\right]_1^4 = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x\right]_1^4$$

$$= \left(\frac{1}{4} \cdot 4^4 - \frac{2}{3} \cdot 4^3 + \frac{5}{2} \cdot 4^2 - 4\right) - \left(\frac{1}{4} \cdot 1^4 - \frac{2}{3} \cdot 1^3 + \frac{5}{2} \cdot 1^2 - 1\right) = \frac{225}{4} \quad (= 56.25)$$

答え：$\frac{225}{4}$

＜計算用紙＞