

問題・解答
用紙番号

44

の解答用紙に解答しなさい。

数 学

〈受験学部・学科〉

3 科目型 受験者

理工学部(住環境デザイン学科・建築学科・都市環境工学科・機械工学科・電気電子工学科)

問題は100点満点で作成しています。

I 次の問1～問5の空欄 (ア) ～ (ズ) に当てはまる整数を0～9から1つ選び該当する解答欄にマークせよ。ただし分数は既約分数で表せ。また根号を含む形で解答する場合は、根号の中にあらわれる自然数が最小となる形で答えること。たとえば $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。(80点)

問1. a, b を有理数の定数とする。 x の2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が $x = 3 + \sqrt{13}$ を解にもつとき、

$$a = - \boxed{\text{ア}}, \quad b = - \boxed{\text{イ}}$$

である。このとき、整式 $3x^4 - 23x^3 + 21x^2 + 4x - 9$ を整式 $x^2 + ax + b$ で割ったときの商は $\boxed{\text{ウ}} x^2 - \boxed{\text{エ}} x + \boxed{\text{オ}}$ であり、余りは $\boxed{\text{カ}} x + \boxed{\text{キ}}$ である。

$x = 3 + \sqrt{13}$ のとき、 $3x^4 - 23x^3 + 21x^2 + 4x - 9$ の値は

$$\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}}} \text{ である。}$$

問2. $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$, $AC = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$ のとき、

$$BC = \sqrt{\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}}$$

である。また、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ であり、外接円の半径は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}, \quad \text{内接円の半径は } \frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}} - \sqrt{\boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \text{ である。}$$

問3. S, E, T, S, U, N, A, N の8文字がある。

(1) この8文字を1列に並べるとき、並べ方は全部で

(ネ)	(ノ)	(ハ)	(ヒ)	(フ)
-----	-----	-----	-----	-----

 通りある。このうち、同じ文字が隣り合わない並べ方は全部で

(ヘ)	(ホ)	(マ)	(ミ)
-----	-----	-----	-----

 通りある。

(2) この8文字の中から3文字を選んで1列に並べるとき、並べ方は全部で

(ム)	(メ)	(モ)
-----	-----	-----

 通りある。

問4. a を正の定数とし、 $\triangle ABC$ とその内部の点 P が

$$a\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = \vec{0}$$

を満たすとする。このとき、

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{(ヤ)}}}{a + \boxed{\text{(ユ)}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{(ヨ)}}}{a + \boxed{\text{(ラ)}}} \overrightarrow{AC}$$

である。直線 AP と直線 BC との交点を Q とすると、

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{\text{(リ)}}}{\boxed{\text{(ル)}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{(レ)}}}{\boxed{\text{(ロ)}}} \overrightarrow{AC}$$

である。直線 BP と直線 AC との交点を R とし、 $\triangle ABC$ の面積を S_1 、 $\triangle ABP$ の面積を S_2 、

$\triangle APR$ の面積を S_3 とする。 $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{4}$ のとき、 $a = \boxed{\text{(ワ)}} \boxed{\text{(カ)}}$ となり、

$$\frac{S_3}{S_2} = \frac{\boxed{\text{(キ)}}}{\boxed{\text{(ク)}} \boxed{\text{(ケ)}}} \text{ である。}$$

問5. 0 でない複素数 α, β が等式

$$6\alpha^2 - 4\alpha\beta + \beta^2 = 0$$

を満たすとする。複素数平面上において、3点 $O(0)$ 、 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ は

$$\cos \angle AOB = \frac{\sqrt{\frac{\boxed{\text{(コ)}}}{\boxed{\text{(サ)}}}}}{\frac{\boxed{\text{(シ)}}}{\boxed{\text{(ズ)}}}}, \quad \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{\frac{\boxed{\text{(ジ)}}}{\boxed{\text{(ズ)}}}}}{\boxed{\text{(ズ)}}} \text{ を満たす。}$$

Ⅱ 次の問 1～問 3 の空欄 (ア) ～ (ス) に当てはまる整数を 0～9 から 1 つ選び該当する解答欄にマークせよ。ただし分数は既約分数で表せ。(20点)

a を正の定数とし、 $f(x) = \sqrt{x} - a \log x$ と定める。

問 1. $f'(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^{-\frac{1}{2}} - ax^{-\boxed{\text{ウ}}}$ である。

問 2. 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{エ}} a^{\boxed{\text{オ}}}$ のとき、最小値 $\boxed{\text{カ}} a \left(1 - \log \boxed{\text{キ}} a \right)$ をとる。

問 3. 2 つの曲線 $y = \sqrt{x}$, $y = a \log x$ が共有点をただ 1 つもつとき、 $a = \frac{e}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

このとき、この 2 つの曲線と x 軸によって囲まれる部分の面積は

$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} e^{\boxed{\text{サ}}} - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} e$ である。

計 算 用 紙

計 算 用 紙