

2024 年度 専門学科・総合学科出身者入試 数学 【理工学部】

受験番号								氏名	志望学科
				-					

Ⅰ 次の式を簡単にせよ。ただし、問1では $x \neq \frac{2}{3}$ 、問2では $a > 0$ とする。また、問3では $8a > 27b > 0$ とし、分母を有理化せよ。(9点)

$$\begin{aligned} \text{問1} \quad & \frac{6x^2 + 23x - 18}{3x - 2} \\ &= \frac{(3x - 2)(2x + 9)}{3x - 2} \\ &= 2x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{問2} \quad & (2a^3)^2 \div (8a^6)^{\frac{1}{3}} \\ &= 4a^6 \div 2a^2 \\ &= 2a^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{問3} \quad & \frac{2}{2\sqrt{2a} + 3\sqrt{3b}} + \frac{1}{2\sqrt{2a} - 3\sqrt{3b}} \\ &= \frac{2(2\sqrt{2a} - 3\sqrt{3b})}{8a - 27b} + \frac{2\sqrt{2a} + 3\sqrt{3b}}{8a - 27b} \\ &= \frac{6\sqrt{2a} - 3\sqrt{3b}}{8a - 27b} \end{aligned}$$

Ⅱ x の2次関数 $f(x) = -x^2 + 8x - 6$ がある。下線部に当てはまる数または式を解答せよ。(14点)

問1 $f(x) = -(x - p)^2 + q$ (p, q は定数) の形に変形するとき、 $p = \underline{4}$, $q = \underline{10}$ である。

問2 $0 \leq x \leq 6$ における $f(x)$ の最小値は $\underline{-6}$ で、このときの x の値は、 $x = \underline{0}$ であり、
 $f(x)$ の最大値は $\underline{10}$ で、このときの x の値は、 $x = \underline{4}$ である。

問3 m を定数とする。 xy 平面上で $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = 3x + m$ が異なる2点で交わる時、 m のとりうる値の範囲は $\underline{m < \frac{1}{4}}$ である。

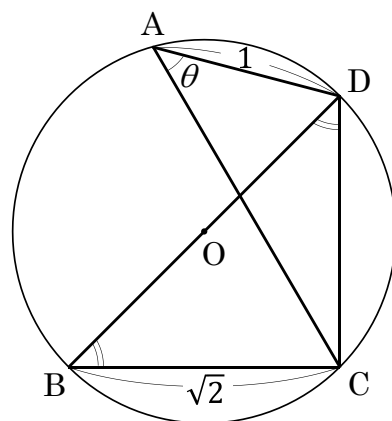
Ⅲ 右の図のように、点 O を中心とする円に、三角形 ACD と三角形 BCD が内接している。線分 BD は点 O を通り、線分 AD の長さを1、線分 BC の長さを $\sqrt{2}$ 、 $\angle CAD$ の大きさを θ とし、 $\angle BDC = \angle DBC$ とする。次の三角比の値および線分 AC の長さを求めよ。(12点)

$$\text{問1} \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{問2} \quad \tan \theta = 1$$

$$\text{問3} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

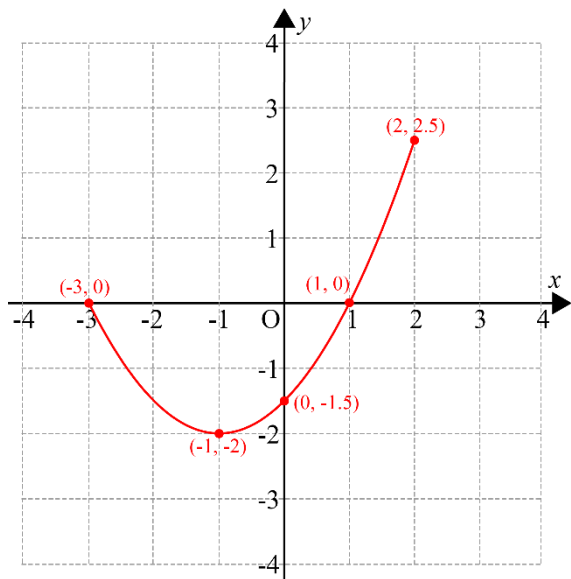
$$\text{問4} \quad AC = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$$



Ⅳ 次の関数のグラフをかけ。(6点)

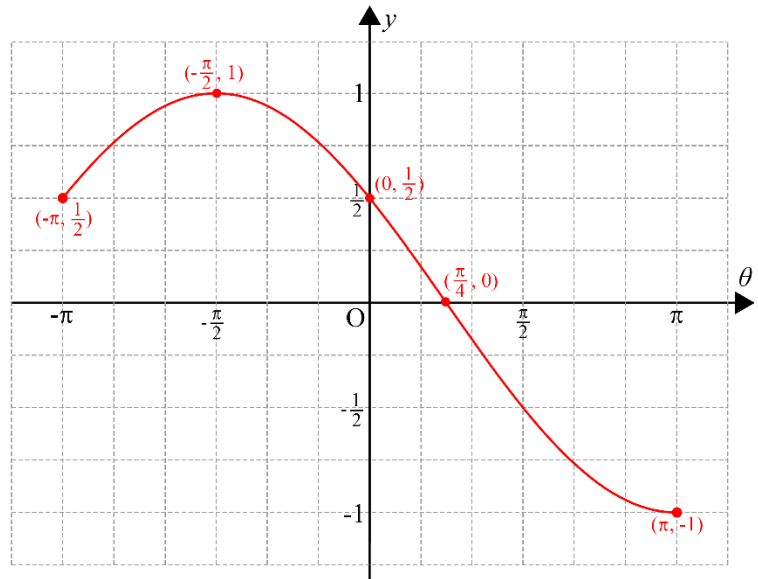
問 1

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2} \quad (-3 \leq x \leq 2)$$



問 2

$$y = \cos\left(\frac{2}{3}\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (-\pi \leq \theta \leq \pi)$$



Ⅴ 幅 a cm の紙から底角 45° の 2 つの二等辺三角形を有する下図に示すような紙片 ( 部) を切り出し、三角柱を作成する。この三角柱の体積が最大となる場合を考える。以下の解答手順に従って、  内に適切な数または式を解答せよ。なお、紙の厚さは無視する。(9点)

【解答手順】

二等辺三角形の底辺に対する高さを x cm とし、切り出した紙片の長方形部分の横の長さを b cm とする。三角柱を作成する上で必要な長さ b を x を用いて表すと、

$$b = 2(\sqrt{2} + 1)x \quad \text{となる。}$$

次に、 x のとりうる値の範囲は $0 < x < \frac{a}{2}$ ……①

三角柱の体積を $V = f(x)$ (cm³) とし、 V を x と a を用いて表すと、

$$V = f(x) = ax^2 - 2x^3 \quad \text{となる。}$$

これを x について微分すると、

$$V' = f'(x) = 2ax - 6x^2 \quad \text{となる。}$$

①の範囲において、 $V' = 0$ となる x の値は、

$$x = \frac{a}{3} \quad \text{である。}$$

よって、この三角柱の体積の最大値は、

$$\frac{a^3}{27} \quad \text{cm}^3 \text{となる。}$$

