

電磁気学Ⅱ (第5回)

鹿間 信介

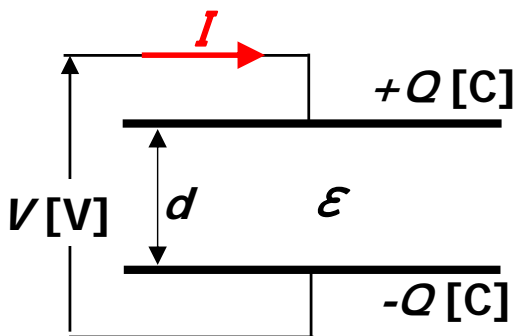
摂南大学 工学部 電気電子工学科

- 4.7 変位電流
- (補足) 1. 微分方程式の変数分離法による解法
- 2. 超伝導
- 3. いろいろなコンデンサ
- 演習

電磁気学Ⅱ

摂大・鹿間

コンデンサを流れる電流(伝導電流)



$$Q = CV \text{ [C]}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \text{ [A]}$$

$$V = V_0 \sin \omega t \text{ [V]}$$

$$\frac{dV}{dt} = V_0 \omega \cos \omega t \text{ [V/s]}$$

- 静電容量 C のコンデンサに電圧 V が印加されている。
- 電流 I は Q の時間微分
- 直流: $dV/dt=0$
 - 電流は流れない
 - 電極間は絶縁体(誘電体)なので当然
- V が交流のときは?
 - ω が0でない限り、電流が流れる
 - 電気回路では、コンデンサは直流遮断、交流成分取り出しに利用する

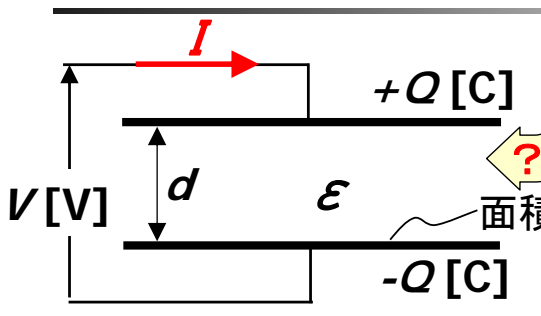
$$I = V_0 C \omega \cos \omega t \text{ [A]}$$

電磁気学Ⅱ

摂大・鹿間

重要

コンデンサを流れる電流(変位電流)



疑問点: コンデンサの極板間(断線部)では何が起きているのか?

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \text{ [A]}$$

コンデンサを流れる電流はEの時間変化に比例

■ 電圧 V を電界 E で置換え: $E = V/d \text{ [V/m]}$ $I = Cd \frac{dE}{dt}$

■ コンデンサの容量: $C = \epsilon \frac{S}{d}$

■ 電流 I の式を順次変形: $I = Cd \frac{dE}{dt} = \left(\epsilon \frac{S}{d} \right) d \frac{dE}{dt} = S \frac{d(\epsilon E)}{dt} = S \frac{dD}{dt} \text{ [A]}$

■ 電流 $I \Rightarrow$ 電流密度 $i = I/S$:
(変位電流密度)

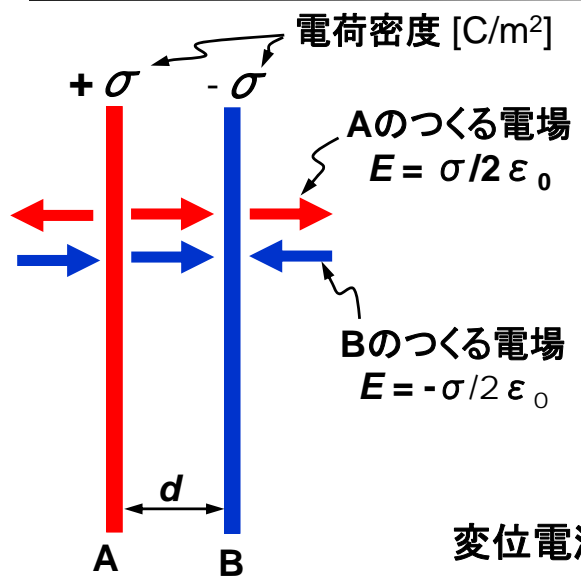
$$i(t) = \frac{dD}{dt} \text{ [A/m}^2\text{]}$$

コンデンサに交流電圧をかけると変位電流が流れる!

D : 電束密度(電気変位)

重要

変位電流の意味について



- 平板Aの電場: $\sigma/2 \epsilon_0$ (外向き)
- 平板Bの電場: $-\sigma/2 \epsilon_0$ (内向き)
- 極板間の電場: σ/ϵ_0 (右向き)
 - 平板が無限大なら場所に依存せず

極板間の電場: $E = \sigma/\epsilon_0 \text{ [V/m]}$

電束密度: $D = \epsilon_0 E = \sigma \text{ [C/m}^2\text{]}$

変位電流: $i(t) = \frac{dD}{dt} \text{ [A/m}^2\text{]}$ \Rightarrow $i(t) = \frac{d\sigma}{dt}$

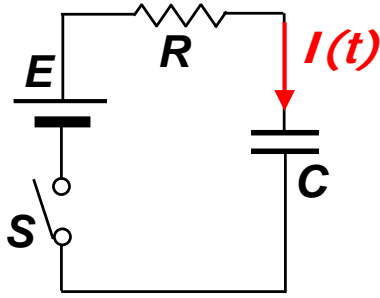
平行平板(AB)の作る電場
(第2章, p.51より)

変位電流は電荷密度 σ の時間変化で生じる

- ☞ σ 変動 \rightarrow E 変動が空間を伝わる
- ☞ 導体中を流れる伝導電流が、極板間では変位電流になり連続的につながる。

コンデンサの充電電流

重要

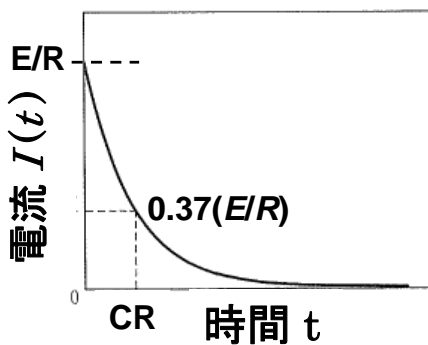


CR回路の充電

- 抵抗電圧: $V_R(t) = RI(t)$
- コンデンサ電圧: $V_C(t) = Q(t)/C$
- 電圧則: $E = RI(t) + Q(t)/C$ --- (4.24)
- 電流: $I(t) = dQ(t)/dt$ を(4.24)に代入

$$\frac{E}{R} = \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{CR} \quad \text{--- (4.25)}$$

微分方程式(4.25)の解は、初期条件($t=0$ で $Q(0)=0$)を考慮して、



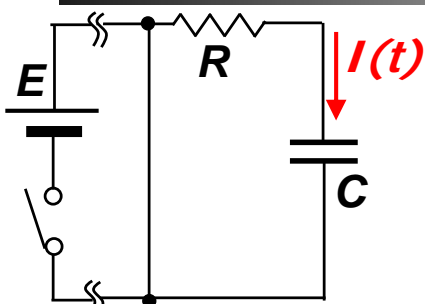
$$Q(t) = CE(1 - e^{-t/CR}) \quad \text{--- (4.27)}$$

$$I(t) = dQ/dt = \left(\frac{E}{R}\right) e^{-t/CR} \quad \text{--- (4.28)}$$

$Q(t)$: 時間経過すると、 $Q = CE$ に到達

$I(t)$: 時定数 $t = CR$ で、電流値が $1/e = 0.37$ 倍に

例題7 コンデンサの放電



CR回路の放電

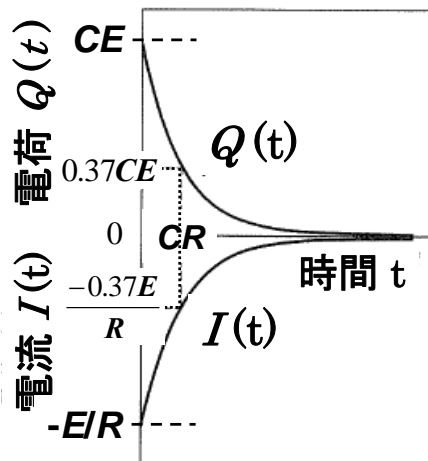
- 十分に充電したコンデンサの電池を外してショートした時刻をあらためて $t=0$ とすると、

$$0 = R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C}$$

- 初期条件($t=0$ で $Q=CE$)を考慮して微分方程式の解を求めると、

$$Q(t) = CE e^{-t/CR}$$

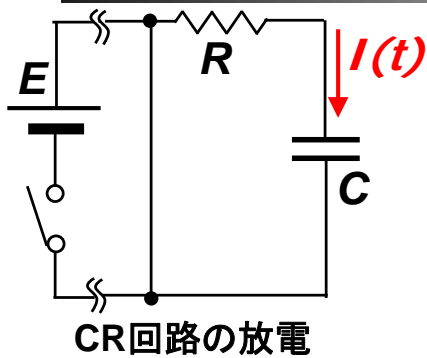
$$I(t) = dQ/dt = -\left(\frac{E}{R}\right) e^{-t/CR}$$



$Q(t)$: 時間経過すると、 $Q(t) = 0$ となり放電終了

$I(t)$: 充電時と逆向き、 $t = CR$ で、電流値が $1/e = 0.37$ 倍

CR回路の時定数の考察



- コンデンサの誘電体: 抵抗率 ρ 有
- 抵抗成分は C と並列
- 放電は、コンデンサ自身の R により発生

$$R = \rho d/S$$

$$C = \epsilon S/d$$

d ; 極板間隔, S ; 極板面積
 ρ ; 抵抗率, ϵ ; 誘電率

$$CR = \rho \epsilon \quad (\text{回路の時定数} = \text{抵抗率} \times \text{誘電率})$$

通常の絶縁体 $\rho = 10^8 [\Omega \text{m}]$
 高誘電率材料 $\epsilon = 10^{-7} [\text{F/m}]$
 ($\epsilon_r \doteq 10^4$)

$CR = 10 [\text{s}]$ 位で、
 7割自然放電してしまう

- 絶縁のよいコンデンサの製作には、
 ρ の高い材料を選定することが重要
 (例: 雲母 $\rho = 10^{12} \sim 10^{14} [\Omega \text{m}]$)
- 大容量コンデンサでは、 ϵ が大きいことは当然重要

(補足1) 一階微分方程式の変数分離法による解法

重要

微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (f \text{ は } 2 \text{ 変数の関数})$$

特に、

$$\frac{dx}{dt} = F(x)G(t) \quad (F, G \text{ は } 1 \text{ 変数の関数})$$

の形のと看、**変数分離形**であるという。

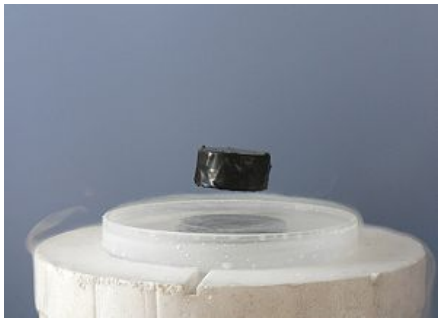
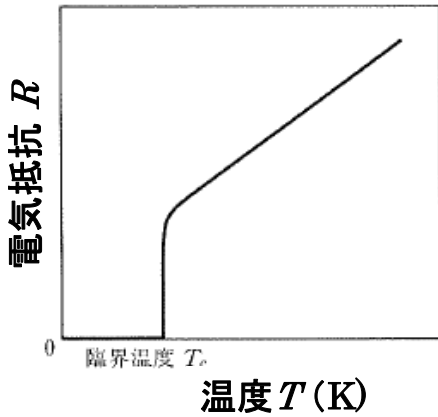
変数分離形の微分方程式は、
 等号の両辺に変数を分離すれば、
 積分によって解を求めることができる。



補助資料
 (プリント)で説明。

(補足2) 超伝導

(H. K. Onnes,
1853-1926)



マイスナー効果のデモ

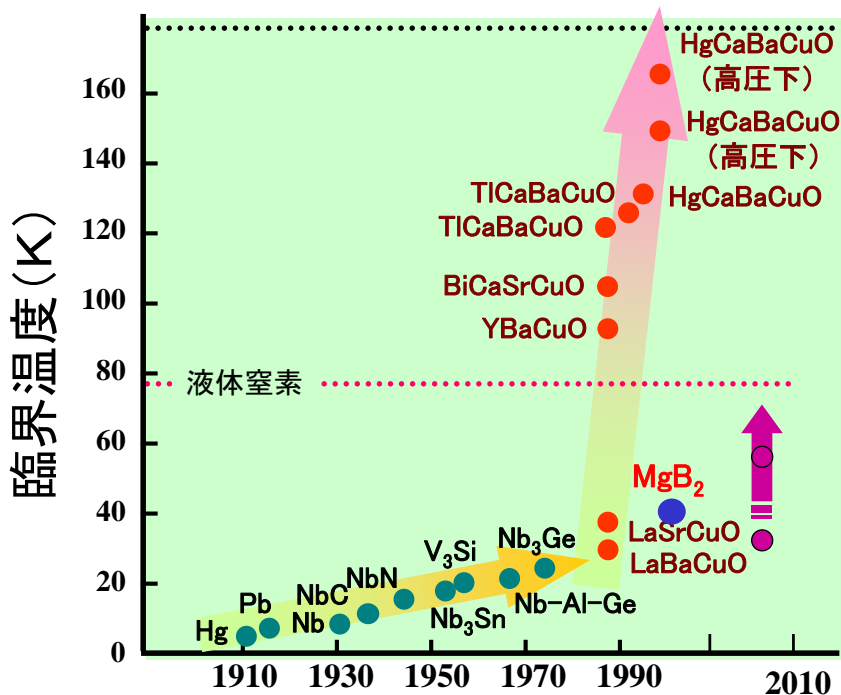
電磁気学 II

出典 Wikipedia「超伝導」

撰大・鹿間

- 超伝導： 特定の金属や化合物を超低温に冷却したときに、電気抵抗が急激にゼロなる現象。
- 1911年、オランダの物理学者オンネスが発見（水銀 @4.2K；液体Heの沸点）
- 超伝導体には電気抵抗がゼロになる他にも、物質内部から磁力線が排除される**マイスナー効果**と呼ばれる現象が起こり、磁力線が超伝導体内部に侵入出来ないために、「磁気浮上」現象を起こす。
- ある程度の磁場を持つ磁石の上に超伝導体を置くと、超伝導体は磁石との間に一定の距離をあけて浮上してしまう。
 - 磁気浮上列車への応用構想あり

超伝導材料の動向（臨界温度の変遷）



注) $K = C + 273.15$

年

電磁気学 II

出典 <http://suchix.kek.jp/ccfuns/Workshop/080616/talk/Terakura.ppt>

撰大・鹿間

超伝導体の転移温度の例

転移温度 (単位 ケルビン)	材料	分類
138	$\text{Hg}_{12}\text{Ti}_3\text{Ba}_{30}\text{Ca}_{30}\text{Cu}_{45}\text{O}_{127}$	銅酸化物超伝導体
110	$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ (BSCCO)	
92	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBCO)	
77	液体窒素の沸点	鉄系超伝導体
43	$\text{SmFeAs}(\text{O},\text{F})$	
41	$\text{CeFeAs}(\text{O},\text{F})$	
26	$\text{LaFeAs}(\text{O},\text{F})$	
18	Nb_3Sn (ニオブスズ)	金属低温超電導体
10	NbTi (ニオブチタン)	
4.2	Hg (水銀)	

◆高温超伝導とは、高い転移温度 (T_c)でおこる超伝導

◆高温超伝導は、ペドノルツとミュラーが(La-Ba-Cu-O)系において1986年に発見したことから始まり、その後続々と発見された転移温度が液体窒素温度を越える一連の銅酸化物高温超伝導物質とその超伝導現象のことを指す場合が多い。

◆高温超伝導を示す物質のことを高温超伝導体という。銅酸化物であるものは銅酸化物高温超伝導体という。

(補足3) いろいろなコンデンサ

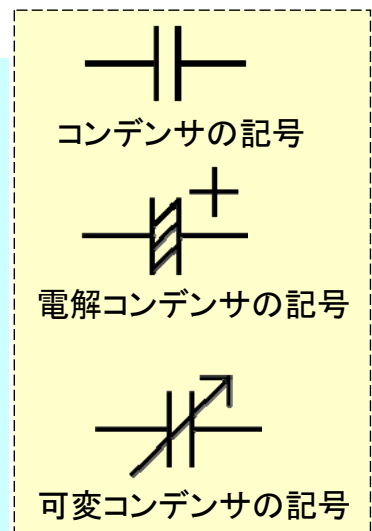
コンデンサは、静電容量により電荷（電気エネルギー）を蓄えたり、放出したりする受動素子である。静電容量の単位はF（ファラド）が使われる。通常使われるコンデンサは数pF - 数万 μF 程度であるが、電気二重層コンデンサなどでは数十F程度の大容量な物もある。コンデンサに印加できる電圧（耐圧）は、6.3V - 10kV程度までさまざまである。英語ではcapacitor（キャパシタ）と言い、日本でもこの呼び方が普及しつつある。



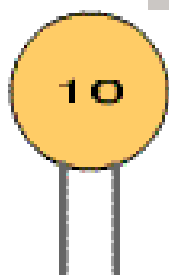
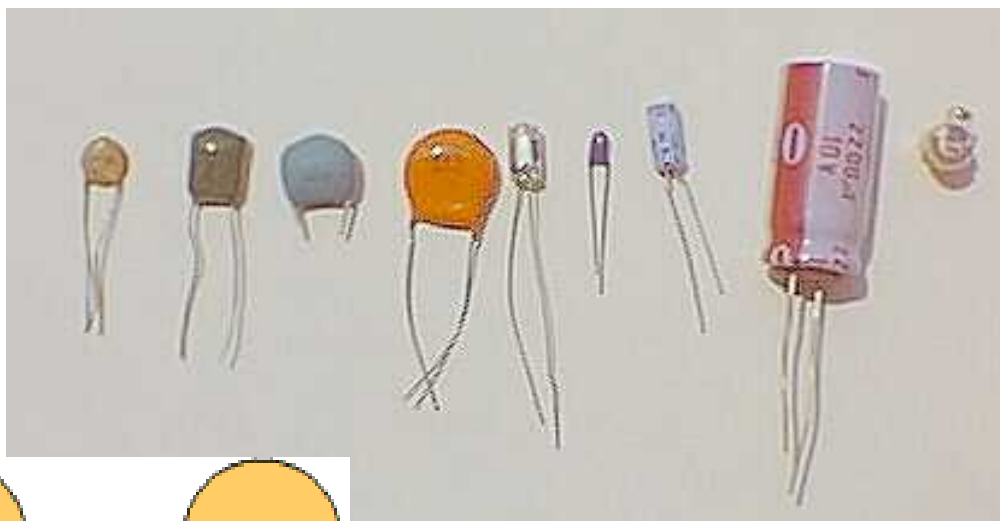
足のあるものを「リード形」、長方形のものを「チップ形」と呼ぶ



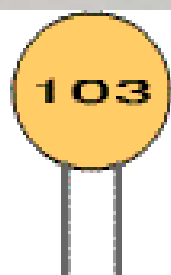
電解コンデンサ：電極表面に化学処理することで絶縁体あるいは半導体の薄膜を形成し、これを誘電体としたもの



コンデンサの静電容量表示例



2桁の場合



3桁の場合

2桁の場合は、そのままpFの単位で読む

3桁(○△□)の場合は、○△×10[□]pF

(例)103の場合、10×10³pF=10nF

摂大・鹿間